

朝鮮 顯宗 5年(1664) 大彗星의 軌道

朴 成 桓

The Orbital Determination of Great Comet of 1664
Observed during the Fifth Year of King
Hyŏnjong of Chosŏn Dynasty.

PARK Sung-Hwan

ABSTRACT

With the data of comets examined from Korean sources, *Sŭngjŏngwon-Ilgi* and *Sŏngbyŏnd-ŭngnok*, recorded during 14 years of reign of King Hyŏnjong (1660-1674) of Chosŏn Dynasty, the orbital determination of the Great Comet of 1664, observed for about 80 days during the 5th year of King Hyŏnjong, has been carried out. The Olbers method has been used for the computations of the orbital elements of the comet and the results are as following.

T 1664 XII 7^d.7 UT

q 1.058 A.U.

i 159°.9

Ω 83°.2

ω 317°.2

e 1.0

Probable error for declination is about $\pm 1^\circ.7$. There is a fair agreement between our results and those of Lindelof's, except for the Ω and ω by about 2° and $6^\circ.5$, respectively.

I. 서 론

이 논문에서는 조선 현종 5년(1664년) 11월 26일부터 다음해 2월 25일까지 약 80일 간에 걸쳐서 출현한 대혜성의 궤도계산만을 시도하였다. 혜성은 크게 나누어 주기혜성과 비주기혜성이 있는데 주기혜성에는 타원 궤도, 비주기 혜성에는 포물선 궤도와 쌍곡선 궤도가 있으나 주로 포물선만을 생각하게 된다. 현종 5년에 나타난 대혜성은 비주기 혜성인 포물선 궤도로 가상해서 Olbers의 방법(Dubyago, 1961)을 채택하여 그 궤도요소를 계산하였다.

여기서 궤도요소라 함은 다음과 같은 것들이다 :

T : 혜성의 근일점 통과 시각

* 1982년 11월 2일 접수 ; 1982년 11월 18일 게재결정.

q : 근일점의 거리 (A.U.)

ω : 근일점의 편각

Ω : 승교점의 황경

i : 혜성의 궤도와 황도면이 이루는 각도

이 논문에서는 승정원일기와 성변등록을 비롯한 여러 문헌에서 조사한 바 있는 현종 시대의 혜성 관측 기록 (박성환, 1982)을 통하여, 그 중 1664년에 해당하는 현종 5년의 대혜성의 궤도계산을 다음과 같은 형식으로 진행하였다.

① 28개의 수거성의 위치를 1665년 1월 1일을 기준으로 하여 세차 보정하여 혜성의 위치를 정하는 데 필요한 비교성으로 한다.

② 전기한 바와 같이 본인이 조사한 혜성의 위치는 비교성의 위치로부터 1665년 1월 1일을 기산점(epoch)으로 한 적경과 적위를 산출한다.

③ 이렇게 구한 혜성의 위치를 성도상에 그려 넣어서 궤도를 알아 볼 수 있도록 그림을 그린다.

④ 혜성의 위치(41개) 가운데서 약 15일 간격으로 3점의 위치를 취하여 궤도요소 계산을 한다.

⑤ 관측값(O)과 이론값(C)을 비교한다. O-C가 너무 클 때에는 새로 관측지 3점을 택하여 계산을 반복하되 O-C가 가장 작게 될 때까지 계속한다.

II. 위치의 세차보정

이 혜성의 정확한 궤도 계산을 하기 위하여 혜성의 위치를 이 혜성이 출현하여 소멸될 때까지의 기간중 대략 중간 날짜가 되는 1665년 1월 1일을 기산점으로 하여 28 수거성에 대한 세차를 계산하여 이 28개의 별들의 $\alpha_{(1665)}$ 와 $\delta_{(1665)}$ 를 구하였다. 이 세차 계산은 나일성(1978)의 방법으로 하였으나 이 경우에는 1744년의 적도좌표에서 역산하여 1665년까지 계산한 것이다.

여기에서 세차 보정 계산은 다음의 방법으로 행해진다.

$$\alpha_{i-1} = \alpha_i - \{46.0851 + 0.000279(T_{i+1} - 157) + [20.0468 - 0.000085(T_{i+1} - 157)] \sin \alpha_i \tan \delta_i + \mu_\alpha\} / 3600 \quad (1)$$

$$\delta_{i-1} = \delta_i - \{[20.0468 - 0.000085(T_{i+1} - 157)] \cos \alpha_i + \mu_\delta\} / 3600 \quad (2)$$

여기에서도 $i=0, -1, -2, \dots, -80$

이다. 이 때에 도입된 새로운 변수 T 는

$$t_i = \frac{1}{100}(T_{i+1} - 157)$$

을 만족하는 변수이다. 이러한 방법으로 28개의 수거성의 위치를 1665년 1월 1일을 기준으로 보정한 결과는 표 1에 보인다.

표 1. 세차보정한 28 수거성의 위치

	宿 距 星		$\alpha_{(1744)}$	$\delta_{(1744)}$	$\alpha_{(1665)}$	$\delta_{(1665)}$
1	斗 宿 一	ϕ Sgr	$277^\circ.4$	$-27^\circ.2$	$276^\circ.2$	$-27^\circ.3$
2	牛 宿 一	β Cap	$301^\circ.7$	$-15^\circ.6$	$300^\circ.5$	$-15^\circ.8$
3	女 宿 一	ϵ Aqr	$308^\circ.4$	$-10^\circ.4$	$307^\circ.4$	$-10^\circ.7$
4	虛 宿 一	β Aqr	$319^\circ.5$	$-6^\circ.7$	$318^\circ.5$	$-7^\circ.0$
5	危 宿 一	α Aqr	$328^\circ.2$	$-1^\circ.6$	$327^\circ.1$	$-1^\circ.9$
6	室 宿 一	α Peg	$343^\circ.0$	$+13^\circ.8$	$342^\circ.0$	$13^\circ.4$
7	壁 宿 一	γ Peg	$0^\circ.0$	$+13^\circ.8$	$359^\circ.0$	$13^\circ.3$

	宿 距 星		$\alpha_{(1744)}$	$\delta_{(1744)}$	$\alpha_{(1665)}$	$\delta_{(1665)}$
8	奎 宿 一	η And	$10^{\circ}.9$	$+22^{\circ}.1$	$9^{\circ}.9$	$21^{\circ}.6$
9	箕 宿 一	β Ari	$25^{\circ}.1$	$+19^{\circ}.5$	$24^{\circ}.1$	$19^{\circ}.1$
10	胃 宿 一	35 Ari	$37^{\circ}.1$	$+26^{\circ}.6$	$36^{\circ}.0$	$26^{\circ}.2$
11	昂 宿 一	17 Tau	$52^{\circ}.4$	$+25^{\circ}.3$	$51^{\circ}.3$	$25^{\circ}.0$
12	畢 宿 一	ϵ Tau	$65^{\circ}.4$	$+18^{\circ}.6$	$62^{\circ}.3$	$18^{\circ}.4$
13	觜 宿 一	λ Ori	$86^{\circ}.3$	$+9^{\circ}.7$	$79^{\circ}.2$	$9^{\circ}.7$
14	參 宿 一	ζ Ori	$82^{\circ}.0$	$-2^{\circ}.1$	$81^{\circ}.0$	$-2^{\circ}.2$
15	井 宿 一	μ Gem	$91^{\circ}.9$	$+22^{\circ}.6$	$90^{\circ}.7$	$22^{\circ}.6$
16	鬼 宿 一	θ Cnc	$124^{\circ}.2$	$+18^{\circ}.9$	$123^{\circ}.1$	$19^{\circ}.2$
17	柳 宿 一	δ Hya	$126^{\circ}.0$	$+6^{\circ}.6$	$125^{\circ}.0$	$6^{\circ}.8$
18	星 宿 一	α Hya	$138^{\circ}.7$	$-7^{\circ}.6$	$137^{\circ}.8$	$-7^{\circ}.2$
19	張 宿 一	ν_1 Hya	$144^{\circ}.8$	$-13^{\circ}.7$	$143^{\circ}.9$	$-13^{\circ}.3$
20	翼 宿 一	α Crt	$161^{\circ}.9$	$-16^{\circ}.9$	$160^{\circ}.9$	$-16^{\circ}.5$
21	轸 宿 一	γ Crv	$180^{\circ}.7$	$-16^{\circ}.1$	$179^{\circ}.7$	$-15^{\circ}.7$
22	角 宿 一	α Vir	$197^{\circ}.9$	$-9^{\circ}.8$	$196^{\circ}.9$	$-9^{\circ}.4$
23	亢 宿 一	κ Vir	$209^{\circ}.8$	$-9^{\circ}.1$	$208^{\circ}.8$	$-8^{\circ}.7$
24	氐 宿 一	α Lib	$219^{\circ}.2$	$-15^{\circ}.0$	$218^{\circ}.1$	$-14^{\circ}.6$
25	房 宿 一	π Sco	$235^{\circ}.9$	$-25^{\circ}.3$	$234^{\circ}.7$	$-25^{\circ}.1$
26	心 宿 一	σ Sco	$241^{\circ}.4$	$-24^{\circ}.9$	$240^{\circ}.2$	$-24^{\circ}.7$
27	尾 宿 一	μ Sco	$248^{\circ}.5$	$-37^{\circ}.6$	$247^{\circ}.2$	$-37^{\circ}.4$
28	箕 宿 一	γ Sgr	$267^{\circ}.3$	$-30^{\circ}.4$	$266^{\circ}.1$	$-30^{\circ}.4$

혜성의 위치는 이렇게 산출된 수거성의 위치에 거극도와 수거리에 의하여 계산되며 수거리와 거극도로 표시되어 있는 날짜에서의 혜성의 위치를 알아 보면 표 2와 같다.

표 2. 1664년 혜성의 세차보정된 위치

顯 宗 月 日	A. D. 月 日	$\alpha_{(1744)}$	$\delta_{(1744)}$	$\alpha_{(1665)}$	$\delta_{(1665)}$
五年 十 初十	1664 11 27	12^h19^m	-16°	12^h15^m	-16°
十三	30	12^h15^m	-14°	12^h11^m	-14°
二十三	12 10	12^h07^m	-19°	12^h03^m	-19°
二十五	12	11^h57^m	-19°	11^h53^m	-19°
二十六	13	11^h55^m	$-19^{\circ}.5$	11^h51^m	$-19^{\circ}.5$
二十七	14	11^h47^m	$-19^{\circ}.5$	11^h43^m	$-19^{\circ}.5$
二十八	15	11^h39^m	-19°	11^h35^m	-19°
二十九	16	11^h35^m	-19°	11^h31^m	-19°
十一 初一	17	11^h31^m	-19°	11^h27^m	-19°
初二	18	11^h23^m	-19°	11^h19^m	-19°
初四	20	10^h59^m	-21°	10^h55^m	-21°
初五	21	10^h51^m	-22°	10^h47^m	-22°
初六	22	10^h35^m	-24°	10^h31^m	-24°
初七	23	10^h23^m	-25°	10^h19^m	-25°
初八	24	10^h07^m	-23°	10^h03^m	-23°
初九	25	9^h43^m	-26°	9^h39^m	-26°
初十	26	9^h19^m	-27°	9^h15^m	-27°
十一	27	8^h40^m	$-26^{\circ}.5$	8^h36^m	$-26^{\circ}.5$

顯 宗 月 日	A. D. 月 日	$\alpha_{(1744)}$	$\delta_{(1744)}$	$\alpha_{(1665)}$	$\delta_{(1665)}$
五年 十一 十二	28	7 ^h 55 ^m	-25°	7 ^h 51 ^m	-25°
十三	29	6 ^h 43 ^m	-23°	6 ^h 39 ^m	-23°
十四	30	5 ^h 36 ^m	-18°	5 ^h 32 ^m	-18°
十五	31	4 ^h 56 ^m	-15°	4 ^h 51 ^m	-15°
十六	1665 1 1	4 ^h 06 ^m	- 8°	4 ^h 01 ^m	- 8°
十七	2	3 ^h 48 ^m	- 2°	3 ^h 43 ^m	- 2°
十八	3	3 ^h 24 ^m	+ 0°.5	3 ^h 20 ^m	+ 0°.5
十九	4	3 ^h 12 ^m	+ 4°	3 ^h 08 ^m	+ 4°
二十一	6	2 ^h 36 ^m	+ 7°	2 ^h 32 ^m	+ 7°
二十二	7	2 ^h 28 ^m	+ 8°	2 ^h 24 ^m	+ 8°
二十三	8	2 ^h 20 ^m	+ 9°	2 ^h 16 ^m	+ 9°
二十五	10	2 ^h 08 ^m	+10°	2 ^h 04 ^m	+10°
二十六	11	2 ^h 00 ^m	+12°	1 ^h 56 ^m	+12°
二十七	12	1 ^h 56 ^m	+12°	1 ^h 52 ^m	+12°
二十八	13	1 ^h 54 ^m	+12°	1 ^h 50 ^m	+12°
三十	15	1 ^h 50 ^m	+12°	1 ^h 46 ^m	+12°
十二 初一	16	1 ^h 48 ^m	+12°	1 ^h 44 ^m	+12°
初三	18	1 ^h 44 ^m	+15°	1 ^h 40 ^m	+15°
初五	20	1 ^h 44 ^m	+14° ?	1 ^h 40 ^m	+14° ?
初六	21	1 ^h 42 ^m	+13°	1 ^h 38 ^m	+13°
十八	2 2	1 ^h 43 ^m	+15°	1 ^h 42 ^m	+15°
十九	3	1 ^h 46 ^m	+15°	1 ^h 42 ^m	+15°
二十	4	1 ^h 44 ^m	+15°	1 ^h 40 ^m	+15°



◇ 그림 1. 1664년 혜성의 성변측후단자 (10월 27일)

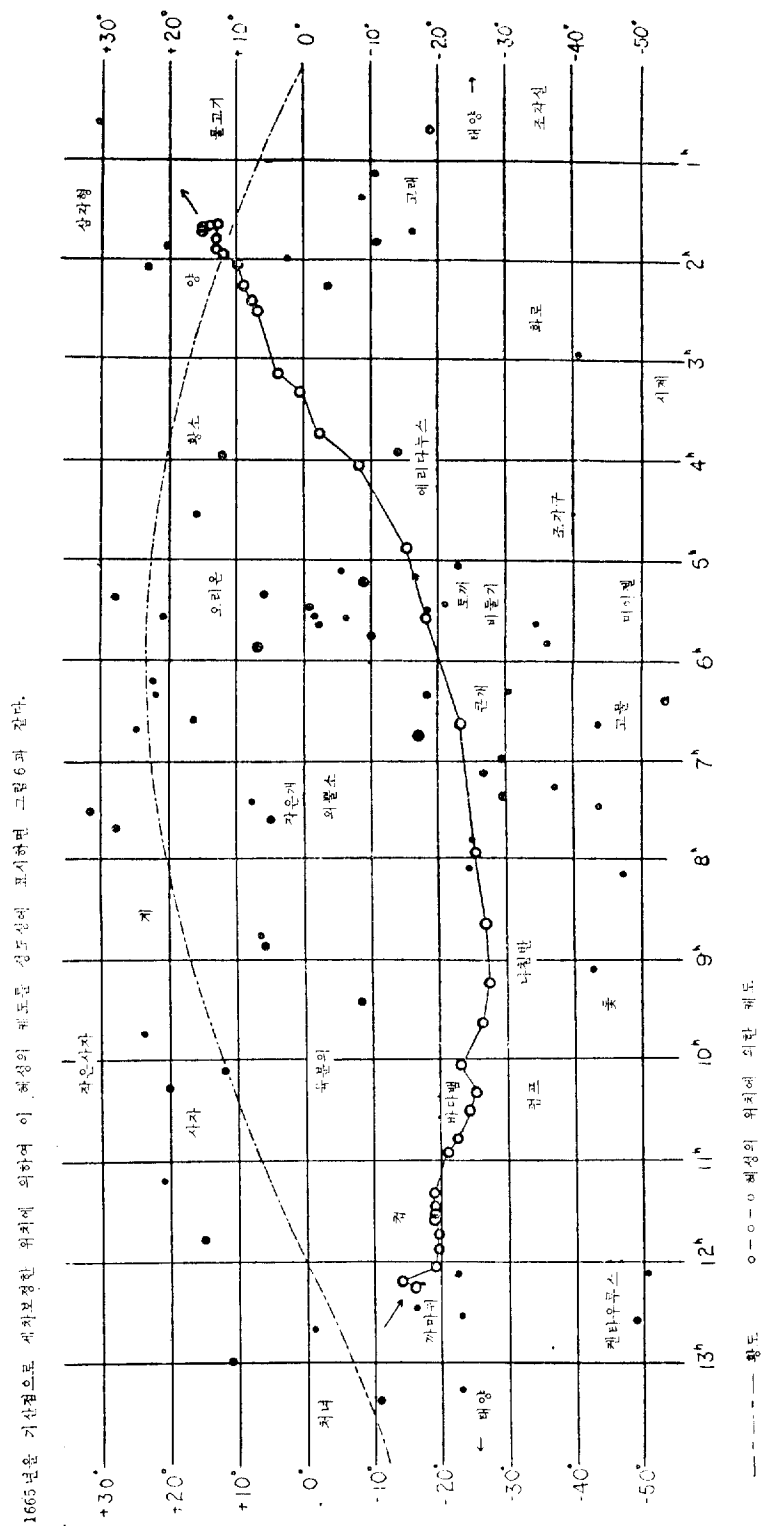


그림 2. 1664년 혜성의 세차보정한 궤도

[illegible]

이 혜성은 약 80일 간에 걸쳐서 180° 정도 이동하고 꼬리도 잘 발달된 고대 한국의 천 기간을 통하여 드물게 보는 중요한 대혜성이며 천문학사상에 그 유례가 드물게 이 혜성을 스케치한 성변측 후단자가 5매나 남아 있으며 (박 성환, 1982) 남아 있는 성변측후단자 중 1매는 그림 1에 보인다.

1665년을 기산점으로 세차보정한 위치에 의하여 이 혜성의 궤도를 성도 상에 표시하면 그림 2과 같다.

Ⅲ. 궤도 계산

궤도요소를 구하기 위하여는 세번의 관측시각과 이 때의 혜성의 적경과 적위, 그리고 태양의 지심좌표를 알아야 한다. 궤도계산은 1차 근사로서 포물선 궤도로 하여 Olbers의 방법에 의하여 시도하였다. 이 논문에서는 표 2에 수록한 위치가 결정된 41개의 위치 가운데서 약 15일 간격으로 1664년 12월 14일, 12월 25일, 1665년 1월 10일의 3점을 택하여 계산을 시도하기로 하고 관측기록 당시의 시각과 일자를 UT와 JD로 환산하였다. 그 값들은

1. 현종 5년 10월 27일(음력) 4경
(1664년 12월 13일 18.6시 UT, JD 2329171.28)
2. 5년 11월 초 9일(음력) 야 4경, 5경
(1664년 12월 24일 19.8시 UT, JD 2329182.33)
3. 5년 11월 25일(음력) 야 1경, 2경
(1665년 1월 10일 12.6시 UT, JD 2329199.03)

세번의 관측시각을 $t_i (i=1, 2, 3)$, 혜성의 적경과 적위를 각각 α_i 와 δ_i , 태양의 지심좌표를 X_i, Y_i, Z_i 라고 하면 다음의 관계가 성립된다. 즉 적도좌표계에서 본 혜성의 방향여현(direction cosine)은

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \cos \delta_i \cos \alpha_i \\ b_i &= \cos \delta_i \sin \alpha_i \\ c_i &= \sin \delta_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

이다.

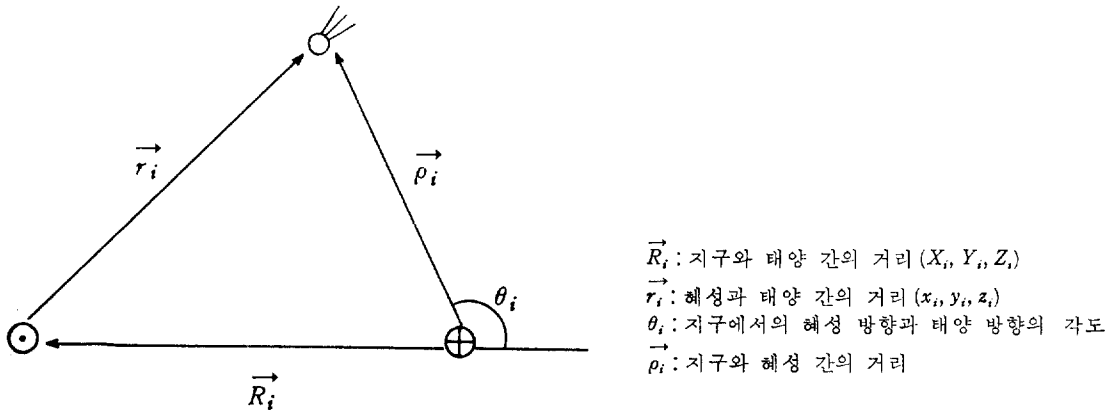


그림 3. 지구와 태양과 혜성 사이에서의 거리 및 각도

일심좌표계에서 본 거리의 성분은(그림 3. 참조)

$$\left. \begin{aligned} x_i &= a_i \rho_i - X_i \\ y_i &= b_i \rho_i - Y_i \\ z_i &= c_i \rho_i - Z_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

이다. 해성이 태양을 원점으로 하는 궤도평면인

$$Ax + By + Cz = 0 \quad (5)$$

을 지나므로 A, B, C 상수의 최소한 한개는 0과 같지 않다고 하면 해성의 3개의 위치좌표 x_i, y_i, z_i ($i=1, 2, 3$)는

$$\left. \begin{aligned} Ax_1 + By_1 + Cz_1 &= 0 \\ Ax_2 + By_2 + Cz_2 &= 0 \\ Ax_3 + By_3 + Cz_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

의 방정식을 만족하게 해야 하는데 A, B, C의 값을 얻기 위해서는 상수의 행렬은

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

이어야 한다. 이것을 전개하면

$$\left. \begin{aligned} x_1[y_2z_3 - z_2y_3] - x_2[y_1z_3 - z_1y_3] + x_3[y_1z_2 - z_1y_2] &= 0 \\ y_1[z_2x_3 - x_2z_3] - y_2[z_1x_3 - x_1z_3] + y_3[z_1x_2 - x_1z_2] &= 0 \\ z_1[x_2y_3 - y_2x_3] - z_2[x_1y_3 - y_1x_3] + z_3[x_1y_2 - y_1x_2] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

이 된다. 삼각형의 넓이의 2배는

$$y_2z_3 - z_2y_3 = [r_2r_3] \cos(n, x) \quad (9)$$

이며 이 때에 (n, x) 는 궤도의 평면과 x 축과 사이의 각이 된다. 방향여현의 값이 없어지므로 (8)식은 다음과 같이 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} [r_2r_3]x_1 - [r_1r_3]x_2 + [r_1r_2]x_3 &= 0 \\ [r_2r_3]y_1 - [r_1r_3]y_2 + [r_1r_2]y_3 &= 0 \\ [r_2r_3]z_1 - [r_1r_3]z_2 + [r_1r_2]z_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(10)식의 양변을 $[r_1r_3]$ 으로 나누고

$$n_1 = \frac{[r_2r_3]}{[r_1r_3]}, \quad n_2 = -\frac{[r_1r_2]}{[r_1r_3]} \quad (11)$$

이라면 (10)식은 다음과 같은 식으로 표시한다.

$$\left. \begin{aligned} n_1x_1 - x_2 + n_3x_3 &= 0 \\ n_1y_1 - y_2 + n_3y_3 &= 0 \\ n_1z_1 - z_2 + n_3z_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(4)식을 (12)식에 대입하면

$$\left. \begin{aligned} a_1n_1\rho_1 - a_2\rho_2 + a_3n_3\rho_3 &= n_1X_1 - X_2 + n_3X_3 \\ b_1n_1\rho_1 - b_2\rho_2 + b_3n_3\rho_3 &= n_1Y_1 - Y_2 + n_3Y_3 \\ c_1n_1\rho_1 - c_2\rho_2 + c_3n_3\rho_3 &= n_1Z_1 - Z_2 + n_3Z_3 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

이 된다. a_i, b_i, c_i 는 고대기록의 관측된 적경, 적위로부터 알 수 있고 X_i, Y_i, Z_i 는 현재의 태양의 위치로부터 기산점까지 역산할 수 있어 또한 알 수 있다. 미지수는 ρ_i, n_i 이며 이것을 구하기 위하여 (13)식의 첫째식, 둘째식, 셋째식에 각각 A, B, C를 곱하여 모두 더하고

$$Aa_2 - Bb_2 + Cc_2 = 0 \quad (14)$$

의 조건을 만족시키면

$$\odot_1 n_1 \rho_1 + \odot_3 n_3 \rho_3 = \odot_1 n_1 - \odot_2 + \odot_3 n_3 \quad (15)$$

이 된다. 여기서

$$\odot_i = Aa_i + Bb_i + Cc_i \quad (i=1, 3) \quad (16)$$

$$\odot_i = AX_i + BY_i + CZ_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (17)$$

이다. (14)식을 ρ_3 에 대하여 풀면 다음과 같이 된다.

$$\rho_3 = M\rho_1 + m \quad (18)$$

여기서

$$M = -\frac{\oslash_1}{\oslash_3} \frac{n_1}{n_3} \quad (19)$$

$$m = \frac{1}{\oslash_3} \left(\odot_1 \frac{n_1}{n_3} - \odot_2 \frac{1}{n_3} + \odot_3 \right) \quad (20)$$

이다. n_i 와 τ_i, r_i 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{n_1}{n_3} = \frac{\tau_1}{\tau_3} + \frac{4}{3} \frac{\tau_1\tau_2(\tau_3-\tau_1)}{\tau_3(r_1+r_3)^3} + 4\tau_1^2 \frac{r_3-r_1}{(r_1+r_3)^4} \quad (21)$$

$$\frac{1}{n_3} = \frac{\tau_2}{\tau_3} - \frac{4}{3} \frac{\tau_1\tau_2(\tau_2+\tau_3)}{\tau_3(r_1+r_3)^3} + 4\tau_1\tau_3 \frac{r_3-r_1}{(r_1+r_3)^4} \quad (22)$$

여기서

$$\tau_1 = k(t_3 - t_2), \quad \tau_2 = k(t_3 - t_1), \quad \tau_3 = k(t_2 - t_1)$$

이고 다시 k 는 Gauss의 중력상수 ($0.0172021 \text{ A.U.}^{3/2}/\text{day}$)이며 t_i 는 혜성의 관측시각이다. 1차 근사값을 얻기 위하여 (21)식과 (22)식의 우변의 제 2항과 제 3항은 무시하였다. (19)식과 (20)식에서 보면 A, B, C의 값으로 표시될 수 있다.

A, B, C를 구하기 위하여 2개의 식이 필요한데 한개는 (14)식이고 나머지는 다음과 같다. (14)식에서 A, B, C를 벡터의 성분으로 보면 두번째 관측방향과 수직을 이룬다. 따라서 A, B, C가 이루는 벡터는 혜성의 두번째 지점 위에 통과하는 천구상의 대원의 극방향인 사실에서 포물선 궤도를 결정하는 데 중요한 이 Olbers의 원인 기준원(fundamental circle)을 혜성의 두번째 위치와 이 때의 태양을 지나도록 잡으면 (17)식의 두번째 식은

$$\odot_2 = AX_2 + BY_2 + CZ_2 = 0 \quad (23)$$

이 된다. Olbers의 원은 그림과 같은데 여기서 K_1, K_2, K_3 는 혜성의 위치이고 E 는 황도의 극, P 는 기준원의 극, Li 는 지구의 일심좌표이다. (그림 4 참조)

그림에서 보면 $\oslash_1$ 와 $\oslash_3$ 는 K_1Q_1 , K_3Q_3 의 sine 값에 비례하는데 그 관계는

$$\frac{\oslash_1}{\oslash_3} = \frac{\cos PK_1}{\cos PK_3} = \frac{\sin K_1Q_1}{\sin K_3Q_3} = \frac{\sin \chi \sin K_1Q_1}{\sin \chi \sin K_3Q_3} = \frac{\sin K_1Q}{\sin K_3Q} \quad (24)$$

이 된다. 앞에서 설명한 바와 같이 1차 근사로서 $\frac{n_1}{n_3} \simeq \frac{\tau_1}{\tau_3}$ 라 하면 (19)식과 (20)식은

$$M = -\frac{\oslash_1}{\oslash_3} \frac{\tau_1}{\tau_3} = -\frac{\tau_1}{\tau_3} \frac{\sin K_1Q}{\sin K_3Q} \quad (25)$$

$$m = \frac{1}{\oslash_3} \left(\odot_1 \frac{\tau_1}{\tau_3} + \odot_3 \right) \quad (26)$$

으로 간단하게 된다. A, B, C를 구하기 위하여 (14)식과 (23)식에서 A, B, C의 비율을 구하면

$$\frac{A}{C} = \frac{b_2Z_2 - c_2Y_2}{a_2Y_2 - b_2X_2}, \quad \frac{B}{C} = \frac{c_2X_2 - a_2Z_2}{a_2Y_2 - b_2X_2}$$

이 된다. 위의 비례식에서 A, B, C를 구하면

$$\left. \begin{aligned} A &= (b_2Z_2 - c_2Y_2) \text{const} \\ B &= (c_2X_2 - a_2Z_2) \text{const} \\ C &= (a_2Y_2 - b_2X_2) \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

이 된다. 그러면

$$M = -\left(\frac{\tau_1}{\tau_3}\right) \frac{Aa_1 + Bb_1 + Cc_1}{Aa_3 + Bb_3 + Cc_3} \quad (28)$$

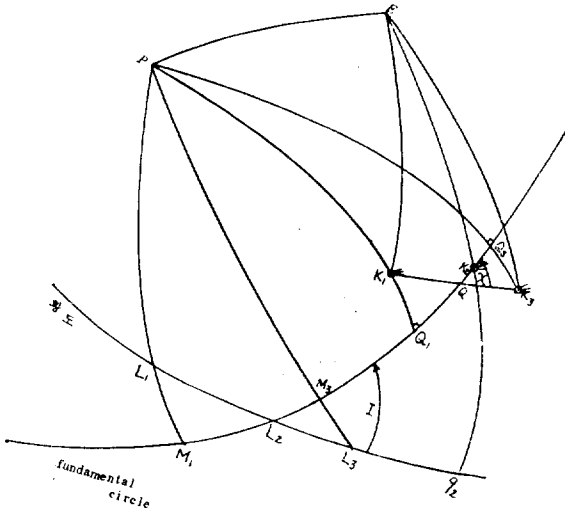


그림 4. Olbers의 원에서의 기준원 (Dubyago, 1961)

여기서

$$\frac{\tau_1}{\tau_3} = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1}$$

이다. m 은 작으므로 1차 근사값에서 0으로 놓고 계산하면 (18)식은 다음과 같이 된다.

$$\rho_3 = M\rho_1 \quad (29)$$

여기서 행성의 일심좌표 X_i, Y_i, Z_i 가 알 수 있고 a_i, b_i, c_i 는 적경, 적위의 관측으로 또한 알 수 있고 ρ_1 를 임의로 가정하면 ρ_3 도 (29)식으로부터 알 수 있다. 행성의 첫번째 위치와 세번째 위치 사이의 기하학적인 현의 거리 S_g 를 구하기 위하여 (4)식으로부터

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_1\rho_1 - X_1, & x_3 &= a_3M\rho_1 - X_3 \\ y_1 &= b_1\rho_1 - Y_1, & y_3 &= b_3M\rho_1 - Y_3 \\ z_1 &= c_1\rho_1 - Z_1, & z_3 &= c_3M\rho_1 - Z_3 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

이 되고 여기에서 r_1 과 r_3 는 다음 식으로부터 구해진다.

$$\left. \begin{aligned} r_1^2 &= R_1^2 + 2R_1\rho_1 \cos \theta_1 + \rho_1^2 \\ r_3^2 &= R_3^2 + 2R_3M\rho_1 \cos \theta_3 + M^2\rho_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

이 때에

$$\left. \begin{aligned} R_1^2 &= X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2, & R_3^2 &= X_3^2 + Y_3^2 + Z_3^2 \\ 2R_1 \cos \theta_1 &= -2(a_1X_1 + b_1Y_1 + c_1Z_1) \\ 2R_3 \cos \theta_3 &= -2(a_3X_3 + b_3Y_3 + c_3Z_3) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

이며 또 기하학적으로 계산된 현의 길이 S_g 는

$$S_g^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 \quad (33)$$

인테 (30)식을 (33)식에 대입하면

$$S_g^2 = g^2 + 2gh\rho_1 \cos \chi + h^2\rho^2 \quad (34)$$

의 관계에서 구할 수 있다. 이 때

$$\left. \begin{aligned} g^2 &= (X_1 - X_3)^2 + (Y_1 - Y_3)^2 + (Z_1 - Z_3)^2 \\ 2gh \cos \chi &= 2\{(a_3M - a_1)(X_1 - X_3) + (b_3M - b_1)(Y_1 - Y_3) + (c_3M - c_1)(Z_1 - Z_3)\} \\ h^2 &= (a_3M - a_1)^2 + (b_3M - b_1)^2 + (c_3M - c_1)^2 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

이다. Euler 식으로부터 역학적인 현의 길이 S_d 를 또한 구할 수 있다.

$$S_d = (r_1 + r_3) \eta \mu \quad (36)$$

여기서

$$\mu = 1 + \frac{1}{24} \eta^2 + \frac{5}{384} \eta^4 \quad (37)$$

$$\eta = \frac{2k(t_3 - t_1)}{(r_1 + r_3)^{\frac{3}{2}}} \quad (38)$$

이다. 계산하는 순서를 정리하여 보면 먼저 ρ_1 의 값을 가정하여 r_1 과 r_3 을 (31)식으로부터 구하고 역학적인 현의 길이 S_d 를 구하여 앞에서 구한 기하학적인 현의 길이 S_g 와 비교한다. 서로 다른 방법으로 구한 현의 길이가 $S_g = S_d$ 가 될 때까지 ρ_1 의 값을 조정하여 다시 이 과정을 반복한다.

다음 궤도요소를 구하기 위하여

$$\sigma = \frac{x_1 x_3 + y_1 y_3 + z_1 z_3}{r_1^2} = \frac{r_1 r_3}{r_1^2} \cos(\nu_3 - \nu_1) \quad (39)$$

라 하고 x_0, y_0, z_0 을 다음과 같이 정의하면

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x_3 - \sigma x_1 \\ y_0 &= y_3 - \sigma y_1 \\ z_0 &= z_3 - \sigma z_1 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} r_0^2 &= x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ &= r_3^2 - \sigma^2 r_1^2 = r_3^2 \sin^2(\nu_3 - \nu_1) \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

이 된다. 그리고

$$\sin 2f = \frac{r_0}{r_3} \quad (42)$$

와

$$\cos 2f = \frac{\sigma r_1}{r_3} \quad (43)$$

이며 여기서 $2f = (\nu_3 - \nu_1)$ 이다.

여기서 새로운 변수 σ_1 과 σ_3 를 도입하면

$$\sigma_1 \equiv \tan \frac{1}{2} \nu_1 = \cot f - \frac{\sqrt{r_1}}{\sqrt{r_3}} \operatorname{cosec} f \quad (44)$$

$$\sigma_3 \equiv \tan \frac{1}{2} \nu_3 = \tan \left(\frac{1}{2} \nu_1 + f \right)^3 \quad (45)$$

$$q = \frac{r_1}{1 + \sigma_1^2} \quad (46)$$

으로부터 구해진다.

평균 근일점 이차 M_1 과 M_3 는

$$M_1 = \sqrt{2} \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_1^3}{3} \right) k \quad (47)$$

$$M_3 = \sqrt{2} \left(\sigma_3 + \frac{\sigma_3^3}{3} \right) k \quad (48)$$

의 관계에서 σ_1 와 σ_3 (또는 ν_1 과 ν_3)는 (44)식과 (45)식에서 얻어진다. 근일점 통과시각은

$$T = t_1 - M_1 q^{3/2} = t_3 - M_3 q^{3/2}$$

으로부터 구해진다. 근일점 방향의 단위벡터 성분을 P_x, P_y, P_z 라 하고 $\vec{P}$ 와 궤도면에 90° 가 되는

벡터 성분을 Q_x, Q_y, Q_z 라 하면

$$\left. \begin{aligned} P_x &= x_1 \frac{\cos \nu_1}{r_1} - x_0 \frac{\sin \nu_1}{r_0}, & Q_x &= x_1 \frac{\sin \nu_1}{r_1} + x_0 \frac{\cos \nu_1}{r_0} \\ P_y &= y_1 \frac{\cos \nu_1}{r_1} - y_0 \frac{\sin \nu_1}{r_0}, & Q_y &= y_1 \frac{\sin \nu_1}{r_1} + y_0 \frac{\cos \nu_1}{r_0} \\ P_z &= z_1 \frac{\cos \nu_1}{r_1} - z_0 \frac{\sin \nu_1}{r_0}, & Q_z &= z_1 \frac{\sin \nu_1}{r_1} + z_0 \frac{\cos \nu_1}{r_0} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$$\left. \begin{aligned} a_x &= qP_x, & a_y &= qP_y, & a_z &= qP_z \\ b_x &= 2qQ_x, & b_y &= 2qQ_y, & b_z &= 2qQ_z \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

되게 하고

$$\left. \begin{aligned} a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 &= q^2, & b_x^2 + b_y^2 + b_z^2 &= 4q^2 \\ a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

되게 하면 마지막으로 궤도요소는 다음 식으로부터 얻어진다.

$$\left. \begin{aligned} \sin i \sin \omega &= P_z \cos \epsilon - P_y \sin \epsilon \\ \sin i \cos \omega &= Q_z \cos \epsilon - Q_y \sin \epsilon \\ \sin \Omega &= (P_y \cos \omega - Q_y \sin \omega) \sec \epsilon \\ \cos \Omega &= P_x \cos \omega - Q_x \sin \omega \\ \cos i &= -(P_x \sin \omega + Q_x \cos \omega) \operatorname{cosec} \Omega \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

여기서 ϵ 은 적도면에 대한 황도 경사각이다.

(52)식으로부터 궤도요소인 i, ω, Ω 을 구하게 된다.

이상과 같은 방법과 순서에 따라 구한 궤도요소는 다음과 같다. 표의 세째 줄은 서양의 기록으로부터 얻은 Lindelof (Marsden, 1979)의 값이다.

표 3. 한국의 기록과 서양의 기록으로 계산된 궤도요소의 비교

Epoch 1665.0	박 성 환 (1982)	Lindelof (1854)
혜성의 출현 기간	1664.11.26—1665.2.20	1664.12.14—1665.2.13
T	1664 X11 7 ^d .7UT	1664 X11 4 ^d .9834UT
q	1.058 A.U.	1.02553 A.U.
i	159°.9	158°.697
Ω	83°.2	81°.265
ω	317°.2	310°.554
e	1.0	1.0

IV. 검토와 결론

우리가 지금까지 계산한 궤도요소와 서양의 기록으로 계산된 Lindelof의 궤도요소(Marsden, 1979)를 비교한 앞의 표 3에서 보는 바와 같이 한국의 고대기록으로 계산된 궤도요소와 서양의 기록으로 계산된 궤도요소 사이에는 큰 차이가 없음을 알 수 있다.

한편 이 혜성의 궤도를 지구의 공전궤도와 비교하여 보도록 하기 위하여 다음과 같은 그림 9를 만들었다. 이때에 ω 의 방향은 i 가 90°와 180° 사이이므로 시계방향이다.

또한 현종의 기록에 따라 관측점을 적경과 적위로 표시된 성도 상에 그려 넣고 Lindelof의 궤도요소(점선)와 새로 계산한 궤도요소(실선)와 비교해 보았다(그림 6).

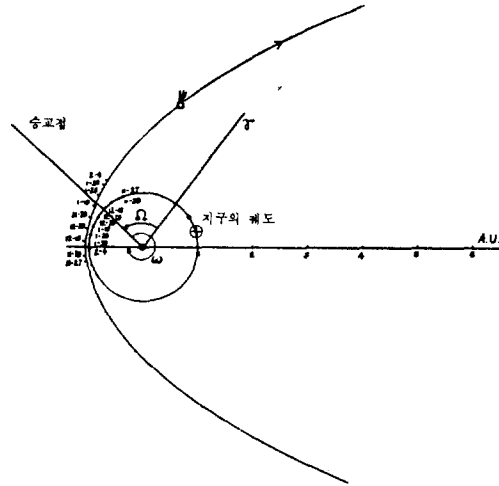


그림 5. 1664년 혜성의 궤도

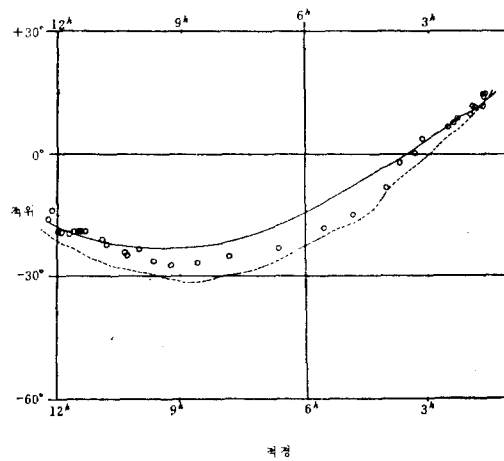


그림 6. 한국의 기록으로 계산된 궤도(실선)와 한국의 관측점(O표) 및 서양기록으로 계산된 궤도(점선)

또 적위(1665.0)에 대한 오차범위(probable error; p.e.)는

$$p.e. = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i)^2}{n-1}} \text{로 계산되며}$$

d_i 는 계산된 궤도와 관측점과의 적위의 차이이다. 이렇게 하여 계산된 적위에 대한 $p.e. = \pm 1^\circ.17$ 이다.

이상에서 본 바와 같이 한국의 기록으로 계산된 궤도요소와 서양의 기록으로 계산된 궤도요소를 비교하여 볼 때에 별 차이가 없음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

Dubyage, A.D., *The Determination of Orbits*, New York: Macmillan Company, 1961, Chs. 5 & 8.

Marsden, B. G., *Catalogue of Cometary Orbits*, Smithsonian Astrophysical Observatory, 1979, pp. 11 - 14, 33 - 34, 43 - 44.

Rufus, W.C., *Korean Astronomy* (The Literary Department, Chosen Christian College), English Publication No. 3, 1936.

Smart, W.M., *Spherical Astronomy*, 5th ed., Cambridge University Press, 1965, p. 239.

Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog, Washington, D.C.: Smithsonian Institution, 1966.

The American Ephemeris and Nautical Almanac for the Year 1981, Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 1980, p. L8.

Wylie, A., *List of Fixed Stars*, pp. 110 - 139.

羅逸星, 『東方學志』, 延世大學校國學研究院, 第十九輯, 1978, pp. 233 - 265.

朴成桓, 『東方學志』, 第三十一輯, 1982, pp. 118 - 154.

藪內清, 『新天文學講座 I』, 恒星社, 1959, pp. 125 - 127.

村上忠敬, 『全天星圖』, 恒星社, 1934, 第二圖版, 第三圖版.