

조선 후기 유학자들의 “천원술(天元術)”:

『산학원본(算學原本)』과 『산학본원(算學本源)』을 중심으로

오영숙†

1. 머리말: “천원술”과 조선 수학

조선 수학사 연구자들은 대부분 “천원술(天元術)”이라는 산술(算術)에 대해 조선 수학의 특징이자 장점을 동시에 나타내는 계산 기법으로 여겨 왔다. 1977년 김용운과 김용국은 한국 수학사의 첫 통사인 『한국수학사』에서 “한국 근세(近世) 수학사”의 중요한 일면 중 하나로 “중국에서는 이미 끊긴 천원술의 전통과 포산법(布算法, 산가지를 놓는 법)이 계속 지탱되고 있었다는 것”을 꼽았다. 그들은 특히 “전통 수학에 있어서는 본 고장인 중국을 앞지르고 한국이 그 정통성을 이어 받고 있었다”면서 이것을 조선 사회의 계산 행위자가 느낀 “자부(自負)”로 연결했다.¹ 김용운, 김용국은 30여 년 뒤인 2008년 나온 개정본에서도 거의 같은 표현을 사용함으로써 여전히 천원술을 중국 수학으로부터 조선 수학을 구분지어 주는 특징으로 취급했다.² 장해원 또한 『산학서로 보는 조선 수학』에서 “천원술은 한국 수학사에서 매우 중요한 영역”이라고 지적한 후, “한국의 전통 수학이 중국의 많은 영향을 받은 것은 사실이지만” 중국 수학 서적의 내용을 “수정하고 해석하여 한층 높은 차원으로 발달시킨 자주적 수용이었음을 보

* 논문을 꼼꼼히 읽고 검토해 주신 세 명의 심사위원께 감사드립니다.

† 서울대학교, seyio@hotmail.com

1 김용운·김용국, 『한국수학사』 (과학과인간사, 1977), 249.

2 김용운·김용국, 『한국수학사: 수학의 창을 통해 본 한국인의 사상과 문화』 (살림, 2008), 401-402.

여주는 사례”로 규정했다.³ 한국 수학사에 대한 통사를 출간하지는 않았지만 20여년간 『한국수학사학회지』에 조선 수학에 대한 방대한 논문을 기고하고 있는 홍성사, 홍영희 및 그들의 공동 연구자들은 천원술이 중국 송원(宋元) 시대의 위대한 업적이며 그것이 조선에서 더 발전된 형태로 “완성”되었음에 동의했다.⁴ 가와하라 히데키(川原秀城) 역시 『조선수학사: 주자학적 전개와 그 종언』에서 조선 후기 사회 구성원의 일부가 행한 수학을 “동산(東算)”이란 용어로 규정한 후 그 주요한 내용으로 산가지를 이용한 계산과 천원술을 꼽았다. 특히 그의 해석에 의하면 “천원술은 동산의 존재 근거(raison d'être)”였으며, 조선의 계산 행위자들은 “중국에서 천원술이 망각되었다는 사실을 알자 천원술의 전승을 스스로의 사명으로 삼아 천원술을 다용(多用)하는” 수학 서적을 의도적으로 편찬했다고 주장했다.⁵

이들 연구자들은 모두 천원술에 대해 공통된 서사와 평가를 제시했다. 흔히 중국 수학사의 “황금기”로 불렸던 송원 시대의 주요한 업적 중 천원술은 중국 본토에서는 곧 유실되었지만 조선의 계산 행위자들은 오히려 이를 더 “자주적”인, 혹은 “완성”된 형태라 평가할 수 있는 모습으로 발전시켰다는 것이 그것이다.⁶ 그리고 17세기 중후반부터 시작된 이런 발전을 한국 수학사의 하나의 특징

3 장혜원, 『산학서로 보는 조선 수학』 (경문사, 2006), 100.

4 Hong Sung Sa, Hong Young Hee, Lee Seung On, “Mathematical Structures of Joseon Mathematician Hong JeongHa,” *Journal for History of Mathematics* 27:1 (2014), 1-12; Hong Sung Sa, Hong Young Hee, Kim Young Wook, “Hong JeongHa's Tianyuanshu and Zhengcheng kaifangfa,” *Journal for History of Mathematics* 27:3 (2014), 155-164.

5 가와하라 히데키, 안대옥 옮김, 『조선수학사: 주자학적 전개와 그 종언』 (예문서원, 2017), 172-173, 192, 486 [川原秀城, 『朝鮮數學史: 朱子學的な展開とその終焉』 (東京: 東京大學出版會, 2010)].

6 중국 수학사에서 송원 시대가 가장 “황금기” 혹은 “절정”이었음은 대부분의 연구자들이 동의했다. 니덤(Joseph Needham)은 “송원 시대의 위대한 인물들”이라는 표현으로 이 시대의 수학자들을 극찬하였고, 李儼, 杜石然은 송원 시대를 중국 수학의 “절정(zenith)”으로, 何丙郁은 “황금기”로 규정했다. 마르코프(Jean-Claude Martzloff)는 송원 시대 중에서도 특히 1247년에서 1303년까지의 약 50년 동안 앞선 시대보다 “훨씬 더 높은 차원의 수학 저술들이 연이어 등장”함을 관찰할 수 있다고 말했다. 여기서 그가 앞선 시대로 비교하는 시기는 흔히 “산경십서(算經十書)”로 불리는 수학서들이 저술된 것으로 추정되는 약 1세기부터 10세기를 말한다. Joseph Needham, *Science and Civilisation in China*, Vol. III, *Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth* (Cambridge: Cambridge University Press, 1959), 38-53; Li Yan and Du Shiran, translated by John N. Crossley and Anthony

으로 규정할 수 있다는 것이다.

이런 평가의 근거, 나아가 “자주적” 발전의 시작 시점을 특정할 수 있는 근거는 17세기 중후반에서 18세기 초반 사이에 출간된 두 수학서로 집약된다. 하나는 박율(朴繡, 1621-1668)의 『산학원본(算學原本)』이며 또 다른 하나는 홍정하(洪正夏, 1684-?)의 『구일집(九一集)』이다. 홍정하는 당대 유력한 산원(算員) 가문 출신으로 그의 부친, 조부, 장인, 외조부를 비롯하여 형제, 사촌 등이 거의 대부분 산원으로서의 직책을 가지고 있었다. 그 자신도 1706년 취재(取才)에 합격하면서 산학훈도(算學訓導), 산학교수(算學敎授) 등의 산원으로서의 요직을 거쳤다.⁷ 그가 저술한 수학서는 『구일집』 이외에도 『동산초(東算抄)』가 있는 것으로 알려져 있는데, 『동산초』는 『구일집』에 몇 년 앞서 저술된 저서로 천원술과 관련된 명시적 표현이 단 한 문제에 나오는 데 그쳤다. 이에 비해 『구일집』은 그 “압도적인 문제 수”의 상당 부분을 천원술과 관련한 문제로 구성했으며, 그 천원술 역시 기존 송원 시대의 수학서에 있던 내용보다 “수학적 구조”를 고려한 접근이 돋보였다.⁸ 사실 현재까지 조선의 천원술에 대한 연구의 대부분이 이 수학서를 기본으로 이루어질 정도로 조선 천원술을 대표한다고 해도 과언이 아니다.⁹

W.C. Lun, *Chinese Mathematics: A Concise History* (Oxford: Clarendon Press, 1987), 109-174; Ho Peng Yoke, Li, Qi and Shu: *An Introduction to Science and Civilization in China* (Hong Kong: Hong Kong University Press, 1985; Seattle: University of Washington Press, 1987), 89-96; Jean-Claude Matzloff, *A History of Chinese Mathematics* (Berlin: Springer, 1997), 17-20 [*Histoire des mathématiques chinoises* (Paris: Masson, 1987)].

⁷ 홍정하의 생애 및 가계에 대해서는 김창일·홍성사·홍영희, “조선 산학자 홍정하의 계보”, 『한국수학사학회지』 23:3 (2010), 1-20 참조. 홍정하가 역임한 “산학훈도”, “산학교수”에 대해서는 홍성사·홍영희, “조선의 산학훈도와 산학교수”, 『한국수학사학회지』 19:3 (2006), 1-20 참조.

⁸ 가와하라, 앞의 글 (각주 5), 186; Hong Sung Sa, Hong Young Hee, Lee Seung On, 앞의 글 (각주 4), 11. 『동산초』 및 『구일집』에 대해서는 가와하라, 앞의 글, 182-193 참조. 『구일집』에 담긴 천원술의 “수학적 구조”에 대해서는 Hong Sung Sa, Hong Young Hee, Lee Seung On, 앞의 글; Hong Sung Sa, Hong Young Hee, Kim Young Wook, 앞의 글 참조.

⁹ 홍정하의 천원술을 비롯한 다른 산법들에 대해서는 각주 4의 논문들 이외에도 다음을 참조할 수 있다. 홍성사·홍영희·김영옥, “유익과 홍정하의 개방술”, 『한국수학사학회지』 24:1 (2011), 1-13; 홍성사·홍영희·김창일, “홍정하의 수론”, 『한국수학사학회지』 24:4 (2011), 1-6; Hong Sung Sa, Hong Young Hee, “Chosun Mathematics in the Early 18th Century,” *Journal for History of Mathematics* 25:2 (2012), 1-9 중 2-5; Oh Young Sook, “Same

반면 박율의 『산학원본』은 현대 학자들에게 주목을 다소 덜 받았다. 이는 아마도 두 가지 상황에 기인했을 것이다. 첫째, 박율의 유학자로서의 삶이 그다지 관심을 끌지 못했다. 그는 1654년 문과에 병과로 급제 후 은산(殷山) 현감 등 그다지 높지 않은 직책을 거쳤을 뿐이며 그렇다고 유학 사상이나 문학에서 두각을 나타내지도 못했다. 그는 오히려 국문학계에서 유명한 저서를 남긴 박두세(朴斗世, 1650-1733)의 아버지로서만 부수적으로 거론되곤 했다.¹⁰ 둘째, 『구일집』과는 달리 『산학원본』의 원본이 비교적 늦게 발견되었기 때문이다. 『산학원본』의 원문이 담긴 목판본의 발견은 2005년에서야 학계에 최초로 보고되었다.¹¹ 고려대학교 도서관의 목판본이 보고되기 전에는 『산학원본』의 연구를 위해서 황윤석(黃胤錫, 1729-1791)의 『산학본원(算學本源)』이란 수학서를 이용했다. 황윤석의 『산학본원』에는 『산학원본』의 내용이 대부분 성실하게 기록되어 있는 것으로 여겨졌기 때문이다. 황윤석의 성실함에 대한 연구자들의 믿음은 후에 고려대학교 도서관 소장본의 유실된 몇 장에 수록된 문제들을 복원할 때 그의 수학서를 이용할 정도로 강하기는 했지만, 2005년 이전에는 18세기 황윤석의 수학서를 통해 17세기 박율의 수학서의 원문을 “추출”하거나 “추측”하는 수준으로 연구를 진행할 수밖에 없었으므로 상대적으로 박율의 『산학원본』에 대한 연구는 소극적으로 진행되었다. 국립중앙도서관은 2008년 온전한 원문이 담긴, 다른 목판본을 구하여 소장하고 있지만, 아직도 『산학원본』에 대한 연구는 적극적으로 진행되지 않고 있다.¹²

Rods, Same Calculation? Contextualizing Computations in Early Eighteenth-Century Korea,” Alexei Volkov and Viktor Freiman eds., *Computations and Computing Device in Mathematics Education Before the Advent of Electronic Calculators* (Cham: Springer, 2018), 215-241 중 217-227.

¹⁰ 박성래는 2006년 박율과 박두세에 대한 2장짜리 짧은 글을 썼다. 이 소고에 의하면, 박두세의 “要路院夜話記”는 국문학의 고전으로 일찍부터 국문학계가 주목했던 작품이다. 『조선왕조실록』에는 “박율”의 이름이 단 한 번 등장하지만, 그것도 은산 현감 시절에 회부할 곡식을 받지 않고도 받았다고 조정에 보고했다는 과거의 잘못에 대한 탄핵 요구 과정에서 나온 것이었다. 박성래, “산학본원” 저술, 조선 수학 연구 이끈 ‘박율’(1621-1668), 『과학과 기술』 39:12 (2006), 94-95.

¹¹ 김영옥 · 홍성사 · 홍영희, “박율의 산학원본”, 『한국수학사학회지』 18:4 (2005), 1-16.

¹² 2005년 이전 『산학원본』에 대한 연구는 洪萬生의 제자인 孫梅茵의 석사 학위 논문이 유일하다. 孫梅茵, 『朴繡籌學本原初探』, (國立台灣師範大學 碩士論文, 2003). 『산학원본』의 전반적인 내용을 소개한 각주 11의 논문이 발표된 2005년 이후에도 『산학원본』에 대한 연구는 적극적으로 이루어지지 않았다. 2005년 이후 『산학원본』에 대한 연구는 다음과 같다. 가와하라,

그러나 『산학원본』에 대한 현대 연구자들의 낮은 관심은 당대에 누린 인기에 비하면 이해가 되지 않을 정도이다. 정부의 여러 요직을 두루 거쳤으면서도 수학에 정통한 유학자인 최석정(崔錫鼎, 1646-1715)과 조태구(趙泰耆, 1660-1723)는 각자의 수학서에서 박을을 “계산에 밝은[明算]” 인재로 묘사했으며, 홍대용(洪大容, 1731-1783)은 박을의 『산학원본』을 자신의 수학서의 인용 서적 목록에 기록했다.¹³ 또 황윤석은 자신의 수학서 『산학본원』을 오로지 『산학원본』을 이해하기 위한 목적으로 서술했다고 이야기했다.¹⁴ 특히 그는 『산학입문(算學入門)』이라는 수학서를 저술하면서 자신이 평생에 걸쳐 부지런히 수집한 수학에 대한 모든 지식을 체계적으로 정리했는데, 박을의 저서만큼은 그 중 일부로 편입시키지 않고 『산학본원』를 따로 구성하여 한 문제씩 인용하고 해설을 덧붙였다. 이는 황윤석이 『산학원본』을 얼마나 중시했는지 보여주는 증거라 할 수 있다.¹⁵

이 논문은 한국 수학사의 맥락에서 『산학원본』에 대한 연구의 부족함을 깨우는 것을 목적으로 한다. 이 논문에서는 당대 유학자들 사이에서 가장 많이 읽히고 회자되었던 『산학원본』의 내용 중 천원술을 수행하고 설명하는 방식에 집중

앞의 글, 176-182; Hong Sung Sa, Hong Young Hee, Kim Chang Il, “Approximate Solutions of Equations in Chosun Mathematics,” *Journal for History of Mathematics* 25:3 (2012), 1-14. 한편 국립중앙도서관은 2008년 『산학원본』의 또 다른 목판본을 구입하여 2009년 등록을 마친 후 현재 온라인으로 원문을 제공하고 있다. 고려대학교 도서관 한적실의 목판본은 몇 장이 유실되었지만 국립중앙도서관의 목판본은 온전한 형태의 원문을 제공하고 있다. 두 목판본의 차이점은, 국립중앙도서관에 소장된 목판본은 끝에 박두세의 발문이 붙어 있는 반면 고려대학교 도서관 소장본은 박두세의 글이 조금 짧게 편집되어 서문 바로 뒤에 붙어 있다는 점이다.

¹³ 최석정, 『九數略』, 김용운 편, 『한국과학기술사자료연구대계: 수학편』 제1책 (여강출판사, 1985), 638-639; 조태구, 『籌書管見』, 김용운 편, 『한국과학기술사자료연구대계: 수학편』 제2책 (여강출판사, 1985), 197; 홍대용, 『籌解需用』, 김용운 편, 『한국과학기술사자료연구대계: 수학편』 제3책 (여강출판사, 1985), 376.

¹⁴ 황윤석, 『算學本源』, 김용운 편, 『한국과학기술사자료연구대계: 수학편』 제3책, 219.

¹⁵ 황윤석의 『算學入門』은 『理數新編』 전23권 중 권21과 22를, 『산학본원』은 권23을 차지한다. 구만옥은 황윤석이 『性理大全』에 대한 학습의 연장선에서 수학에 대한 연구를 시작했다고 지적했으며, 가와하라는 황윤석의 수학과 성리학의 관계를 강조하여 그의 수학서들을 “순수한 성리학적 수학서의 출현”을 보여주는 대표적인 예로 취급했다. 장혜원은 황윤석의 수학 연구의 대표적인 특징으로 방대한 자료의 수집 및 정리를 꼽았다. 구만옥, “이재 황윤석(1729-1791)의 산학 연구,” 『한국사상사학』 33 (2009) 215-252; 가와하라, 앞의 글, 271-281; 장혜원, “산학입문, 산학본원을 통해 본 이재의 수학연구,” 『이재 황윤석의 학문과 사상』 (경인문화사, 2009), 193-239.

함으로써 조선의 한 계산 행위자가 천원술을 어떻게 변용했는지 그 구체적인 모습을 묘사할 것이다. 특히 박율의 『산학원본』과 향윤석의 『산학본원』을 비교 함으로써 두 유학자가 천원술을 이해하는 태도의 공통점과 차이점을 살펴볼 것이다. 이 두 수학서를 비교하는 작업은 17세기 중후반에서 18세기 중반 천원술이라는 계산 기법을 해석하고 활용하는 유학자들의 활동을 이해하는 데 하나의 단초를 제공해 줄 수 있을 것이다.

2. 천원술의 “전형적” 형태

조선 사회에서의 천원술의 발달 양상을 분석하기 전에 우선 현대 수학사학자들이 천원술이란 용어로 어떤 계산 기법을 지칭하는지 알아야할 것이다. 이를 위해 조선 시대에 수입되어 산원들의 교과서로 사용되었을 뿐만 아니라 수학에 관심 있는 유학자들에게도 꾸준히 연구 대상이 되었던 주세걸(朱世傑, 1249-1314)의 『산학계몽(算學啓蒙)』(1299) 중 한 문제를 인용해 보자. 이 문제는 『산학계몽』에서 천원술이 최초로 등장하는 문제로 가장 마지막 장인 “개방 석쇄문(開方釋鎖門)” 중 8번째로 수록되어 있다.

지금 직사각형 밭이 있는데 면적은 8무(畝) 5분(分) 5리(釐)이다. 다만 길이와 너비의 합이 92보(步)라고 한다면, 길이와 너비는 각각 얼마인가?

답(答): 너비 38보, 길이 54보.

술(術): 천원 하나를 세워[立天元一] 너비로 삼는다. $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ [문제에서] 말한 수(92보)에서 [이것을] 빼고 남는 것이 길이이다. [길이에] 너비를 곱하면 넓이가 된다.

$\begin{bmatrix} 0 \\ 92 \\ -1 \end{bmatrix}$ [이것을] 왼쪽에 놓아둔다[寄左]. [문제에 기본 단위로 주어진] 무를 [더 작은 단위인] 보로 통[하게 해서] [2052를 얻어] 놓은 후, 왼쪽에 놓아둔 것과 서로

빼면[相消] 개방식을 얻는다. $\begin{bmatrix} -2052 \\ 92 \\ -1 \end{bmatrix}$ [이] 평방[식을] 풀면[平方開之] 너비를 얻는다. [길이와 너비의] 합(92보)에서 너비를 빼면 길이가 되어 문제에 부합한다.¹⁶ (今有直田，八畝五分五釐。只云長平和得九十二步，問長平各幾何。答

日, 平三十八步, 長五十四步. 術日, 立天元一爲平.  以減云數, 餘爲長. 用
 平乘起爲積.  寄左. 列畝通步, 與寄左相消, 得開方式.  平方開之, 得
 平. 以減和步, 卽長, 合問.)

이 풀이 과정을 <그림 1>에서처럼 산목을 직접 조작하는 과정으로 나누어 생각해보면 다음과 같은 네 가지 세부 과정으로 나눌 수 있다. 첫 번째 과정은, “입천원일(立天元一)”, 즉 “천원(天元)”으로 지칭되는 산가지 한 개를 놓고 그것이 무엇인지 선언하는 과정이다. 현대의 수학적 표현에 의하면 “천원”은 미지 수 x 에 대응할 수 있는 것으로 이 문제에서는 직사각형 발의 너비에 해당하며 산가지의 배열은 <그림 1>의 (i)처럼 표현된다. 두 번째 과정은 주어진 문제의 조건들에 적합하도록 산가지들을 배열하고 조작하는 과정이다. <그림 1>의 (ii)에 해당하는 이 과정은 현대 수학 용어로 설명한다면, 너비 x 와 길이 $(92-x)$ 를 곱하여 넓이 $(92x - x^2)$ 을 표현하는 부분에 해당한다. 마치 말로 표현된 문제를 수식으로 표현하는 과정과 흡사하다고 할 수 있을 것이다. 이 과정은 산가지의 조작 결과로 나온 마지막 한 열을 “기좌(寄左)” 즉 “왼쪽에 놓아 둔다”는 표현으로 끝낸다. 세 번째 과정은 “왼쪽에 놓아 둔” 열과 “수학적으로” 같은 상수, 흔히 “적수(積數)”로 불리는 값을 찾는 과정으로 여기서는 면적 8무 5분 5리, 즉 2052보를 찾음으로써 해결된다. <그림 1>에서는 (iii)에 해당한다. 마지막 네 번째 과정은 “왼쪽에 놓아 둔” (ii)와 오른쪽에 상수로만 이루어진 (iii)을 “상소(相消)” 즉 “서로 빼서 [없애는]” 과정이다. 이 과정은 (iv)처럼 마지막에 하나의 “개방식(開方式)”을 만드는 과정이다. 이 과정에서 수학적으로 특히 중요한 것은 (ii)와 (iii)은 반드시 수학적 “동치”(equivalence)를 이루어야 하며 이 둘을 뺄으로써 결론적으로 하나의 개방식을 만들게 된다는 사실이다.

¹⁶ 『산학계몽』(靖玉樹 編, 『中國歷代算學集成 3』(濟南: 山東人民出版社, 1994)), 1451-1452. 수학서에는 산가지 배열이 기록되어 있지만 현대 독자의 이해를 돕기 위해 아라비아 숫자로 바꾸어 제시한다. 이하 동일.

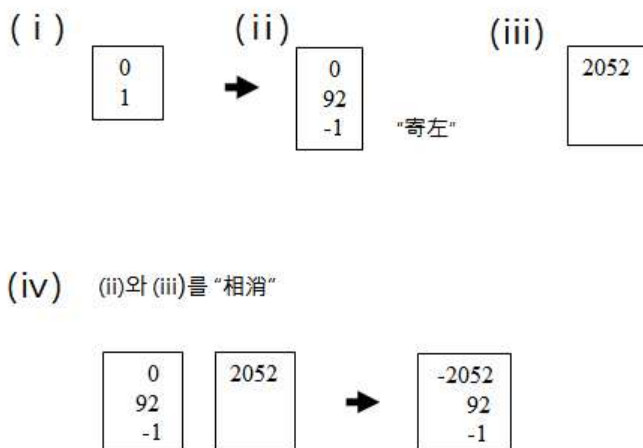


그림 1. 『산학계몽』 “개방석쇄문” 8번째 문제의 현대적 재구성. 우선 (i)처럼 “천원일”을 세우고 (ii)에서는 “천원일”이 포함된 적절한 식을 세워 “왼쪽에 놓는다[寄左]”. (iii)에서는 (ii)와 동치가 되는 어떤 상수를 찾는다. (iv)에서는 (ii)와 (iii)를 “서로 빼서 없애서[相消]” 하나의 열, 즉 “개방식[開方式]”만 남도록 한다. 이때 산가지의 배열을 현대 수학의 용어로 해석한다면 가장 윗줄이 상수이며 한 줄 밑이 x 의 계수, 또 한 줄 밑이 x^2 의 계수 등으로 한 줄씩 낮아질 때마다 x 의 차수가 늘어난다. 수학서에는 앞 인용문의 뒤에 붙인 원문 부분에서 제시되었듯 산가지의 배열로 그려졌지만 번역문에서는 독자들의 이해를 돕기 위해 아라비아 숫자로 바꾸었다. “부수(負數)”로 표현될 경우 현대 수학의 “음수” 기호를 첨부했다. 또한 현재의 아라비아 숫자에서의 0과 같은 기호가 사용되었으므로 그 부분은 0으로 표현했다. 이하 동일.

흔히 현대 연구자들이 말하는 천원술은 이 네 과정, 즉 천원일을 세우는 것부터 최종 개방식을 얻는 것까지의 과정을 의미한다. 마지막 단계에서 도출된 개방식을 실제 풀어서 답을 내는 것은 “개방법” 혹은 “개방술”이라는 용어로 불리면서 별도의 셈법이 된다. 그러므로 천원술은 현대 수학에서의 일원고차방정식과는 그 의미가 약간 다르다. 일원고차방정식이 그 해를 구하는 단계까지 지칭함에 비해 천원술은 그 식을 만드는(constructing) 과정을 의미했다.¹⁷ 더욱이 “방정식(equation)”이란 용어에 내재되어 있는, 어떤 식이 0이란 값과 동치라는 개념이 개입할 여지가 전혀 없었다.¹⁸

¹⁷ Ho Peng Yoke, 앞의 글, 96; Li and Du, 앞의 글, 135; Martzloff, 앞의 글, 260.

¹⁸ 동아시아 전통 수학에서의 “equation”에 대해서는 Karine Chemla, “Different Concepts of Equations in *The Nine Chapters on Mathematical Procedures* and in the Commentary on it by Liu Hui (3rd century),” *Historia Scientiarum* 4:2 (1994), 113-137.

현대 수학사 연구자들이 이상의 사례를 천원술의 대표적인 형태로 생각하게 된 배경에는 현존하는 송원 시대 수학서 중 천원술에 대한 저서 네 권 모두에서 이런 형태의 천원술만이 발견되기 때문일 것이다. 연구자들은 『산학계몽』을 비롯하여 『측원해경(測圓海鏡)』(1248), 『익고연단(益古演段)』(1259), 『사원옥감(四元玉鑑)』(1303)의 문제 중 천원술 문제가 거의 예외 없이 위의 네 과정을 거치고 있었으므로 이 형태를 천원술의 가장 완성된 모습으로 상정하는 데에 모두 동의하고 있는 듯하다. 비슷한 시기의 『수서구장(數書九章)』(1247)에 천원이란 표현이 다르게 사용된 하나의 사례가 존재했지만, 연구자들은 이를 다만 천원이라는 용어의 특이한 사용으로 여겼을 뿐이다.¹⁹ 그러므로 우리는 현존하는 송원 시대 수학서의 대부분에 집중적으로 나타났던 이 형태를 현대 학자들이 생각하는 천원술의 “전형적”인 형태로 부를 수 있을 것이다.

3. 『산학원본』과 박율의 천원술

최석정은 박율을 만난 적이 없지만 그의 아들 박두세가 보낸 여러 수학서들 중 특히 『산원(算原)』을 읽고 그것을 『산학원본』이라 부르자고 제안하면서 동시에 극찬이 담긴 서문을 써주는 것을 주저하지 않았다. 최석정에 의하면 이 수학서는 수학의 가장 정미하고 오묘한 것을 담고 있으며, 특히 주세걸이 “입천원일법(立天元一法)”에서 천명하지 못했던 것을 탐구하여 밝혔다.²⁰

¹⁹ 秦九韶(1208-1261)는 『數書九章』에서 “大衍術”이라는 오늘날의 부정방정식과 흡사한 산법을 다루면서 “천원 하나를 세웠다”고 표현했다. 리브레히트(Ulrich Libbrecht)에 의하면 이때 “천원”은 단순히 산가지의 위치를 나타내는 역할(a place indicator)만 했을 뿐이었다. Ulrich Libbrecht, *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century* (Cambridge, MA.: MIT Press, 1973), 338; Ho Peng Yoke, 앞의 글, 96; Charlotte Pollet and Ying Jia-Ming, “One Quadratic Equation, Different Understandings: the 13th Century Interpretations by Li Ye and Later Commentaries in the 18th and 19th Centuries,” *Journal for History of Mathematics* 30:3 (2017), 137-162 중 140.

²⁰ 『산학원본』은 국립중앙도서관의 소장본(古本 718-18)을 기본으로 하며 중요한 차이가 있을 경우에는 고려대학교 중앙도서관 한적실의 소장본(C9 A10)을 참조한다. 국립중앙도서관 소장본 그대로 최석정의 서문을 1면으로 삼아 면수를 계산한다. 최석정, “算學原本序”, 『算學原本』, 1-4. “從朴牧使斗世氏, 得其先大夫所著算學原本一書而觀之, 儘數家之闢奧也 … 立天元一法, 亦探朱氏之所未闢而指次甚詳”; 박두세, 『산학원본』, 143-144. “所著述有算學啓蒙, 算原, 七政內外篇及啓蒙發蒙等書. … 聞今明谷崔相國遽於此, 就質之, 相公曰, 諸篇中算原最約, 易謀入梓, 且其書既要而奧, 爲算學原本, 餘皆此書之支流也.” 박두세의 발문은 고려대학

박율의 『산학원본』은 상·중·하권으로 구성되어 있다. 상권은 직사각형과 정사각형의 두 변과 대각선의 길이의 관계를 다루고 있으며 중권은 원과 구에 집중하여 원의 지름, 둘레, 넓이 및 구의 부피의 관계를 다루고 있다. 이후 하권은 상권과 중권에 등장한 여러 도형들의 관계를 이용하여 본격적으로 천원술을 다루고 있다.²¹

하권은 우선 <그림 2>와 같이 오늘날의 표와 비슷한 그림으로 시작한다. 이 표에서 “고원(古圓)”, “밀원(密圓)”, “휘원(徽圓)”이라고 말하는 것은 다음 세 가지의 원주율을 뜻한다. 원주율은 모두 원 둘레와 지름의 비례로 표현되었는데, “고법(古法)”을 따르는 “고원”의 경우 원 둘레가 3척이면 지름은 1척, 조충지(祖冲之, 429-500)가 제시한 것으로 알려진 “밀률(密率)”을 따르는 “밀원”의 경우는 원 둘레가 22척이면 지름은 7척, 유헌(劉徽, 3세기 말 활동)를 따르는 “휘원”의 경우 원 둘레가 157척이면 지름은 50척이었다.²²

교 중앙도서관 한적실 소장본에는 최석정의 서문 바로 뒤에 붙어 있으며 위의 인용 구절 중 “最約, 易謀入梓, 且其書既要而奧”이 “最約而奧”로 줄여져서 기록되어 있다. 한편 국립중앙도서관 소장본과 고려대학교 소장본에는 모두 최석정의 서문이 1700년 작성된 것으로 기록되어 있다. 고려대학교 소장본에는 박두세의 글의 작성 년도가 생략되었지만 국립중앙도서관 소장본에는 박두세의 발문이 1701년 작성되었으며 같은 해 책 전체가 간행된 것으로 기록되어 있다. 『산학원본』, 6, 145-146.

²¹ 『산학원본』의 상권은 직사각형과 정사각형에서 두 변의 길이와 대각선의 길이에 대한 관계를 주로 다루며, 구체적인 숫자가 주어진 문제는 총 39개로 몇 문제를 푸는 과정에서 제곱근의 근사해도 다룬다. 중권은 원과 구에서 원의 지름, 둘레, 넓이, 구의 부피간의 10가지 정도의 관계를 다루되 “古圓”, “密圓”, “徽圓”의 세 가지 원주율에 따르는 각각의 경우를 구분해서 설명한다. 세 가지 원주율에 대해서는 각주 22 참조. 중권의 말미에서는 변을 제곱하여 “積(여기서는 넓이)”를 구하거나[平方面求積] 다시 “적”의 제곱근을 구하는 것[平方積求面], 변을 세 제곱하여 “적(여기서는 부피)”를 구하거나[立方面求積] 다시 “적”의 세제곱근을 구하는 것[立方積求面], 그리고 변을 네제곱하여 “적”을 구하거나[三乘方面求積] 다시 “적”의 네제곱근을 구하는 것[三乘方積求面]을 간단하게 설명하고 있다. 하권은 상권과 중권에서 등장한 관계식 뿐 아니라 다양한 표에 기재된 관계를 사용하여 앞 장에서 설명한 “전형적” 천원술을 이용한 총 18개의 문제를 다룬다. 하권의 말미에는 후술하겠지만 이외는 다른 천원술을 이용한 총 5개의 문제를 다룬다.

²² 이 수치들은 사실 동아시아에서 몇 백 년 동안 계속 사용해진 수치라고 할 수 있다. ‘옛[古]’ 방법이란 이름이 붙은 것은 『九章算術』 본문에서부터 이미 등장했으며, 263년 『구장산술』의 주를 작성했던 劉徽가 제안한 수치에는 그의 이름과 함께 “새로운[新]”이란 형용사가 관용어처럼 붙어서 사용되었다. 5세기 남북조 시대에 활동한 祖冲之는 “約率”, 즉 “대강의 비율”로 원 둘레가 22일 때 지름 7을, “密率”, 즉 “세밀한 비율”로 원 둘레가 355일 때 지름 113을 제시했는데, 唐 李淳風(602-670)이 『구장산술』에 또 다른 주를 붙이면서 “약률”을 “밀률”로 부른 이후 거의 대부분의 산서에서 같은 명명법이 계속되고 있었다.



그림 2. 『산학원본』 하권 도입부분. 『산학원본』, 65-66.

표 1. <그림 2>를 표로 재구성. <그림 2>에서 세로로 된 것을 현대 독자들이 읽기 쉽도록 가로로 배치했다.

고원古圓	경(徑) 1	경(徑) 4단(段) (경1의 4배)
	원(圓) 3	주(周) 12단 (원의 4배)
[고古]입원立圓	경 1	경 16단 (평정 4단의 자승)
	원 9(평 3의 自乘)	주 48단 (평주 12단의 4배)
밀원密圓	경 7	경 28단 (경7의 4배)
	원 22	주 88단 (원22의 4배)
	경 7	경 787단 (28단의 자승)
[밀密]입원立圓	원 484(22의 自乘)	주 352단 (88단의 4배)
	경 50	경 200단 (경50의 4배)
	원 157	주 314단 (반원법의 4배)
휘원徽圓	경 50	경 400000단 (200단의 자승)
	원 24649(157의 自乘)	주 1256단 (반 314의 4배)
	경 50	경 400000단 (200단의 자승)

<표 1>은 <그림 2>를 보기 쉽게 재구성한 것이다. 예를 들어 가장 앞에 있는 “고원”인 경우 지름[徑]이 1일 때 원주(圓周)가 3이라는 것은 고법의 정의에서 나온다. 밀의 “경(徑) 4단, 주(周) 12단”이라는 숫자를 이해하기 위해서는 다음의 두 가지 관계식을 알아야 한다.

만약 정사각형의 한 변[平方面]과 고원(古圓)의 지름[古平徑]이 같다면 정사각형의 넓이[平方積] 3개와 고원의 넓이[古平積]의 4개 역시 서로 같다.
만약 정사각형의 한 변[平方面]과 고원(古圓)의 둘레[古平周]가 같다면 정사각형의 넓이[平方積] 1개와 고원의 넓이[古周積]의 12개 역시 서로 같다.²³

이 관계를 삼차원의 도형, 즉 구를 뜻하는 “입원(立圓)”으로 확장했을 경우는 다음과 같다.

만약 정육면체의 한 변[立方面]과 고법을 따르는 구의 지름[古立徑]이 같다면 정육면체의 부피[立方積] 9개와 구의 부피[古立積] 16개 역시 서로 같다.

만약 정육면체의 한 변[立方面]과 고법을 따라는 구의 둘레[古立周]가 같다면 정육면체의 부피 1개와 구의 부피[立周積] 48개 역시 서로 같다.²⁴

우선 고법을 따르는 원, 즉 원의 지름과 둘레의 비례로 만들어진 1과 3이라는 숫자에서 시작한다면 모두 세 쌍의 숫자들이 유도된다. 첫째, 2차원 평면에서의 면적들을 위해서는 지름 1의 4배, 둘레 3의 4배로 경(徑), 주(周)라는 새로운 변수에 해당하는 숫자들을 찾는다. 이 부분은 <표 1>에서 “고원 1, 3”으로 표시된 부분의 오른쪽에 표시된다. 둘째, 삼차원 공간 상의 입원을 위해서는 원래 고법의 원주율인 1과 3에서 둘레만을 제공하여 1과 9라는 숫자를 얻는다. 이 부분은 <표 1>에서 “고원 1, 3”으로 표시된 부분의 아래쪽에 표시된다. 셋째, “입원”의 부피를 위해서 첫째 부분의 지름을 제공하고 둘레를 4배한다. 이 부분은 <표 1>에서 “고원의 입원 1, 9”로 표시된 부분의 오른쪽에 표시된다. 그가 숫자들을 읽어내는 방식을 현대적인 용어와 기호를 사용하여 간략하게 표현한다면 다음과 같다.

만약 원의 지름과 정사각형의 한 변이 같다면, 정사각형 면적의 3배와 원의 면적의 4배가 같다.

만약 원의 둘레와 정사각형의 한 변이 같다면, 정사각형 면적의 1배와 원의 면적의 12배가 같다.

만약 구의 지름과 정육면체의 한 변이 같다면, 정육면체 부피의 9배와 구의 부피의 16배가 같다.

만약 구의 둘레와 정육면체의 한 변이 같다면, 정육면체 부피의 1배와 구의 부피의 48배가 같다.

²³ 『산학원본』, 66-67. “如平方面古平徑適等, 則三箇平方積四箇古平積亦與之適同. 如平方面古平周適等, 則一箇平方積十二箇平周積亦與之適同.”

²⁴ 『산학원본』, 67. “如立方面古立徑適等, 則九箇立方積十六箇古立積亦與之適同. 如立方面古立周適等, 則一箇立方積四十八箇立周積亦與之適同.”

원, 혹은 구의 지름을 d , 원의 둘레를 l , 원의 면적을 S , 구의 부피를 V 라고 하고, 원의 지름과 둘레가 고법을 따를 때,

$$3d^2 = 4S; l^2 = 12S. 9d^3 = 16V; l^3 = 48V$$

즉, 간단히 정리한다면 이들은 원의 지름 d , 둘레 l 과 원의 면적 S , 구의 부피 V 를 구할 수 있는 기본 관계식인 셈이다.²⁵

그리고 이와 똑같은 과정은 고법뿐만 아니라 밀률, 휘술에 의한 비율을 적용해야 하는 원, 구에 대해서도 되풀이된다. 특히 표가 기록된 방식을 살펴보면 박율이 무엇을 중요시했는지 알 수 있다. 고법의 평원, 입원에 속하는 대각선 방향에 있는 숫자들의 쌍, 예를 들어 평원에서 3, 4로 이루어진 쌍과 1, 12로 이루어진 쌍, 입원의 경우 9, 16으로 이루어진 쌍과, 1, 48로 이루어진 쌍을 통해서 위의 관계식이 표현되었던 것이다. 그러므로 밀률, 휘술의 경우도 위와 동일한 과정으로 표를 완성한다면 굳이 각각 번거로운 유도 과정을 되풀이하지 않고도 표 위의 숫자들만의 배치를 이용하여 비율 관계에 대한 규칙을 얻을 수 있는 것이다. 그에 의하면 이 숫자들 간의 관계는 “리의 추세(理勢)”로 “자연(自然)”스럽고, 사람이 억지로 배치한 것이 아니었다.²⁶ 물론 원의 둘레와 지름의 비율을 부르는 명칭 자체에 “유휘”와 “조충지”라는 “사람들”의 이름이 노골적으로 포함되어 있었지만 일단 이 사람들이 제안한 원의 지름과 원의 둘레에 대한 비율을 나타내는 숫자들만 정해진다면 그 숫자들에 의해서 만들어지는, 원과 구의 여러 변수들의 관계는 변하지 않았다. 그러므로 표를 공부하는 사람들이 “반복하여 찬찬히 살펴본다면” 그 “의(義)”는 어렵지 않게 깨달을 수 있었다.²⁷

이런 표 뒤에 그는 “천원”이 포함된 식을 제곱, 혹은 세제곱할 때 숫자들의 규칙에 대해 설명하고 있다. 현대적인 수학 용어로 간단히 설명한다면 다음과 같은 식을 생각할 때, 이차완전제곱식에서의 두 번째 항의 계수인 2, 삼차완전제곱식에서 두 번째, 세 번째 항의 계수인 3이란 숫자가 어떻게 등장하는지에 대한 질문이다.

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2.$$

²⁵ 『산학원본』 하권의 수학적 내용은 김영옥, 홍성사·홍영희, 앞의 글 (각주 11), 10-14 참조.

²⁶ 『산학원본』, 66. “古徽密平立周徑段數，乃是理勢之自然，不是人安排做出來。”

²⁷ 『산학원본』, 68. “反覆參考，則平立周徑分段之義，不難曉也。”

$$(x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3.$$

그는 자신이 설명하는 방법에 대해 『변고통원(辨古通源)』에 수록된 방법이라 밝히고 다음과 같이 서술했다.²⁸

만약 평방(平方)이라면 1을 우(隅)로 삼고, 위에 상(商, 몫)으로 1을 놓자. 상을 우에 곱하면 1을 얻으니 [이것이] 방법(方法)이 된다. 상을 방[법]에 곱하여 실(實)에서 뺀다. 다시 상을 우에 곱하여 1을 얻어 [이전의] 방법에 더하면 방법은 정확하게 2가 된다. 이것이 바로 평방, 평원의 제2위(位)를 두 배하는 원리이다.²⁹

만약 입방(立方)이라면 1을 우(隅)로 삼고, 위에 상(商, 몫)으로 1을 놓자. 상을 우에 곱하면 1을 얻으니 [이것이] 염법(廉法)이 된다. 또 상을 염[법]에 곱하여 1을 얻으니 [이것이] 방법(方法)이 된다. 상을 방[법]에 곱하여 실에서 뺀다. 또 상을 우에 곱하면 1을 얻으니 [이것을 이전의] 염법에 더하면 [염법으로] 2를 얻는다. 상을 염[법]에 곱하여 2를 얻고 [이것을 이전의] 방법에 더하면 3을 얻는다. 다시 상을 우에 곱하여 1을 얻고, [이것을 이전의] 염법에 더하면 [염법으로] 3을 얻는다. 방법은 바로 제2위이고 염법은 바로 제3위이다. 이것이 입방에서 제2위, 제3위를 세 배하는 원리이다.³⁰

사실 이 방법은 각각 제곱근과 세제곱근을 풀어내는 “증승개방법(增乘開方法)”과 동일하다.³¹ 증승개방법은 어떤 수의 제곱근이나 세제곱근 등을 구하기

²⁸ 『변고통원』은 현존하지 않지만 몇 가지 내용은 양휘(楊輝, 13세기 활동)가 자신의 수학서에 인용함으로써 전해지고 있다. 박을 역시 조선에 전해진 양휘의 수학서를 통해 그 내용을 인용한 것으로 추정된다.

²⁹ 『산학원본』, 68-69. “假如平方, 以一爲隅, 上商置一. 商命隅得一爲方法. 商命方除實. 又商命隅得一, 加入方法, 則方法正得二. 此即平方平圓第二位倍之義也.”

³⁰ 『산학원본』, 69. “又如立方, 以一爲隅, 上商置一. 商命隅得一爲廉法. 又商命廉得一爲方法, 商命方除實. 又商命隅得一, 加入廉法得二. 商命廉得二, 加入方法得三. 又商命隅得一, 加入廉法得三. 方法即第二位也, 廉法即第三位也. 此則立方第二第三位三之義也.”

³¹ “증승개방법”은 현대 수학에서 루피니-호너(Ruffini-Horner) 방법이라 불리는 방법과 수학적으로 완전히 일치한다. “증승”이라는 용어 자체가 제시하듯이 산가지를 늘어놓고 곱셈과 덧셈만으로 어떤 숫자의 제곱근을 구하는 방법이다. 중국 수학사에서 가장 자세한 설명은 진구소의 『수서구장』에서 찾을 수 있다. 증승개방법에 대한 현대적 해석은 『수서구장』에 대한 가장 뛰어난 연구서인 리브레히트의 앞의 책을 참조할 수 있으며, 그 외 거의 모든 중국 수학사의 통사를 참조할 수 있다. Libbrecht, 앞의 글, 177-191; Needham, 앞의 글, 127-128; Li and Du, 앞의 글, 128-135; Marzloff, 앞 책, 230-249.

위해 실(實), 즉 피제수가 작아져 없어질 때까지 계속 “곱하고 더하는” 알고리즘을 되풀이 하는 방법이다. 그러나 이 방법은 완전제곱식의 계수를 만드는 방법으로 해석되기도 했다. 이를 위해서는 <그림 3>에서 보듯이 피제수에 해당하는 숫자를 지정하지 않고 다만 추상적인 기호를 사용했으며, 뒀에 해당하는 부분 역시 “1”이라는 산가지로 대신했다. 처음에 우(隅), 즉 현대 용어로는 x^2 나 x^3 의 계수에 해당하는 숫자에는 1을 놓은 이후 증승개방법의 알고리즘을 그대로 행함으로써 완전제곱식의 계수들을 얻어냈다.

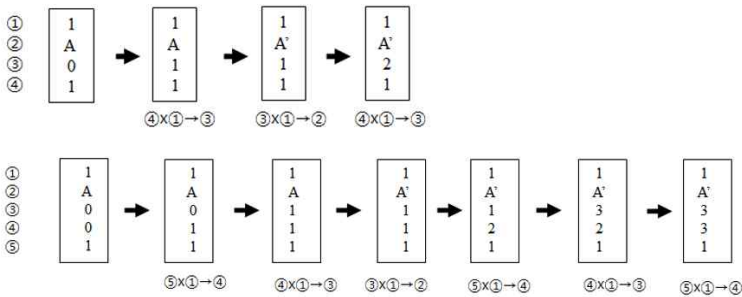


그림 3. 『산학원본』의 완전제곱식 설명의 재구성. 위는 이차완전제곱식, 아래는 삼차완전제곱식이다. 증승개방법에서는 위와 아래의 그림에서의 ②부분에 “실(實)”, 즉 피제수가 놓이며, 위의 그림에서 ④, 아래의 그림에서 ⑤에는 “우(隅)”, 즉 x 의 최고차항의 계수가 놓이며, 두 그림 모두에서 ①은 “상(商)”, 즉 뒀이 놓이는 부분이다. 여기서는 독자들의 이해를 돕기 위해 모든 행을 위에서부터 ①,②,③,④,⑤로 표기한 뒤 산가지의 배열을 표시하였다. 각 그림의 밑에는 그 그림을 도출하기 위해 행한 조작을 표시했다. 예를 들어 위의 그림에서 두 번째 산가지 배열 그림 밑의 ‘④×①→③’은 ④행의 숫자와 ①행의 숫자를 곱한 뒤 ③행의 위치에 더하여 놓는 조작을 의미하며 그림은 그 조작의 결과로 놓인 산가지의 배열을 나타낸다. 또한 증승개방법의 경우 실의 숫자가 변하는 것을 나타나기 위해 A, A’로 표시했다. 증승개방법의 경우 실의 숫자가 점점 작아져 없어지면서 뒀이 나온다. 이 설명에서는 상과 우를 1로 고정하고 실을 추상적으로 표현함으로써 제곱식의 계수를 도출했다.

이어서 그는 “삼승방(三乘方, 네제곱)의 제2위에서 4를 곱하고, 제3위에서 6을 곱하고, 제4위에서 4를 곱하는” 이유를 다시 같은 방법으로 설명한 후 “사승방(四乘方, 다섯제곱) 이상은 모두 [같은 방법으로] 유추(類推)할 수 있다”라고 언급하여 이 방법이 아무리 높은 제곱수라도 계속해서 사용할 수 있는 방법임을 강조했다.³²

앞서 설명한 첫 번째 표와 두 번째 완전제곱식을 얻는 방법, 이 두 가지 사전 작업은 박율이 구체적인 천원술 문제를 다루기 전에 제시한 산학 지식이었다. 이 지식들이 숫자 간의 배치들의 구조를 밝히는 데에 집중하고 있음을 주목해

³² 『산학원본』, 70. “其四乘方以上, 皆可類推之也.”

보자. 첫 번째 표에 담긴 산학 지식은 어떤 원주율로 두 숫자가 주어진다면 그들 간의 적절한 곱셈을 통해 원의 둘레, 면적, 부피 등의 관계들을 나타낼 수 있는 숫자들을 생산해 내는 방법이었으며, 뒤의 경우는 제곱, 세제곱을 비롯하여 어떤 차원의 제곱이 주어지더라도 제곱식의 계수들을 적절하게 생산할 수 있는 방법이었다.

이런 사전 작업을 거쳤다면 우리는 이제 박율이 제시한 첫 번째 천원술 문제를 살펴볼 수 있는 준비가 되었다.

평원(平圓), 평방(平方), 입방(立方), 삼승방(三乘方), 사승방(四乘方)이 있어 다섯 개의 적(積)을 모두 더하면 1,363척(尺)을 얻는다. 다만 네 가지 방면(方面, 모서리)은 모두 같고, 원의 지름은 방면(方面)보다 2척 더 작다면 각각은 얼마인가?³³

답을 구하기 위해서, 먼저 천원을 원의 지름으로 잡는다. 이것을 x 라 하면, 모서리는 원의 지름보다 2척이 크므로 $(x+2)$ 가 된다. 다섯 개의 적(積)을 구하기 위해서는 원의 지름으로 원의 넓이를 구할 수 있어야 하며, 모서리를 알 때 그것의 제곱, 세제곱, 네제곱, 다섯제곱을 구할 수 있어야 한다. 우선 모서리가 $(x+2)$ 일 때 제곱, 세제곱, 네제곱, 다섯제곱에 해당하는 산가지의 배치는 어떻게 구할 수 있는가? 이를 위해 고민 없이 우리는 앞서 익힌 두 번째 사전 지식을 이용할 수 있다. 그렇다면 원의 지름을 알 때 그 넓이를 어떻게 구할 수 있는가? 이를 위해서 우리는 첫 번째 사전 지식으로 돌아가서 고법에서는 지름의 제곱의 3배와 원 넓이의 4배가 같음을 사용하면 된다. 물론 문제에는 다섯 개의 “적”을 합하면 1363이라고 했지만 박율은 기왕에 원의 넓이의 4배에 해당하는 산가지 배치를 우선 구할 수 있었으므로 나머지 4개의 “적”을 4배하여 문제를 풀었다. 이렇게 하는 편이 원의 넓이, 즉 원의 지름을 제곱하여 3을 곱한 후 다시 4로 나누어야 얻어지는 계산 과정에서 혹시라도 마주칠 수 있는 복잡한 분수식을 피할 수 있기 때문이다.

33 『산학원본』, 70. “今有平圓平方立方三乘方四乘方，五段共積一千三百六十三尺。只云四色方面適等，而圓徑少方面二尺，問各幾何。”

그림 4. 『산학원본』 하권에서 “우”가 2이상의 자연수인 경우. 오른쪽 면의 “이분이상위우(二分以上爲隅)”에서부터 시작되며, 왼쪽에서 “이분(二分)”, “삼분(三分)”, “사분(四分)” 등은 순서대로 $(1+2x)$, $(1+3x)$, $(1+4x)$ 등을 의미하고, “이분”의 아래로 “평방”, “입방 이위(二位)”, “입방 삼위(三位)”란 $(1+2x)^2 = 1+4x+4x^2$ 에서의 두 번째 항의 계수인 4, $(1+2x)^3 = 1+6x+12x^2+8x^3$ 에서의 두 번째 항의 계수인 6, 세 번째 항의 계수인 12를 의미한다. “우”의 앞에 “이”가 아니라 “이분”이라고 표시하는 까닭은 『산학원본』의 앞부분에서 $\frac{b}{a}$ 라는 분수를 “a 분지 b”라 읽으며 혹 분모를 곱할 경우에는 “a 분(分)”을 곱한다고 표현한 것에서 기인한다. 가운데 면의 “이분이상위우”에서는 네제곱식을 다루며 이분, 삼분, 사분 등의 순서는 위와 같이 해석할 수 있고, 이분의 아래로 삼승방 “이위”, “삼위”, “사위”란 네제곱식인 $(1+2x)^4 = 1+8x+24x^2+32x^3+16x^4$ 에서의 두 번째 항의 계수인 8, 세 번째 항의 계수인 24, 네 번째 항의 계수인 32를 의미한다. 『산학원본』, 72-74.

박율은 이러한 “전형적”인 풀이 과정에서 한 걸음 더 나아가 여러 가지 식들 중 최고차항의 계수인 “우”가 1이 아닌 몇 가지 경우로 세분하여 정리했다. 우선 “우”가 1보다 큰 자연수인 경우의 평방, 입방, 삼승방 등을 <그림 4>처럼 정리했다. 두 번째로 그가 “삼분지이(三之二), 사분지삼(四之三)의 부류”라 부르는 부분을 <그림 5>처럼 정리했다.³⁴ 그러나 여기에서는 구체적인 계수들이 등장하지 않고 대신 작은 글자들로 다른 표의 어느 부분으로 가야할지 지정해 주었는데, 예를 들어 $(2+3x)$ 의 제곱, 세제곱의 전개식의 계수를 알기 위해서는 대신 2로 각 항을 나눈 $(1+1.5x)$ 의 정보가 담긴 표를 찾아봐야 한다. 이 표는 아직 나오지 않았지만 바로 뒤에 나온다. 또 만약 $(2+4x)$ 의 제곱, 세제곱의 전개식의 계수를 알기 위해서는 대신 2로 각 항을 나눈 $(1+2x)$ 의 정보가 담긴 첫 번째 표를 찾아보고 적당히 2를 곱하거나, 2의 제곱, 혹은 2의 세제곱을 곱하면 된다. 세 번째 표는 바로 위에서 등장했던 “우”가 “일분반(一分半)”, 즉 1.5

34 『산학원본』, 72. “二分以上爲隅, 則平方第二位, 立方第二第三位, 加倍之法, 如何. 曰如左”; 80. “三之二, 四分之三之類, 如何, 曰如左.”

나 “이분반(二分半)”, 즉 2.5 등으로 제공될 경우이다.³⁵ 여기에 등장하는 우에 해당하는 숫자들은 1.5, 2.5, 1.25, 1.2, 3.5, 1.75 등의 순서로 그 자체의 크기가 아니라 위의 두 번째 표에서 참조되었던 순서대로 정돈되어 있다[그림 6].

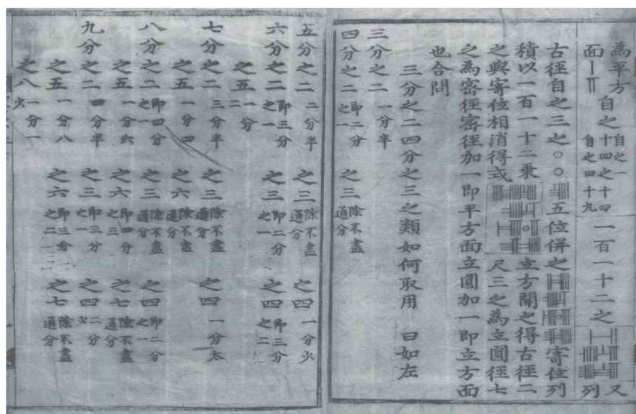


그림 5. 『산학원본』 하권에서 삼분지이(三分之二), 사분지삼(四分之三)과 같은 종류를 나타내는 부분. “삼분지이” 밑에는 “일분반(一分半)”, “사분지이” 밑에는 “이분지일(二分之一)”, “사분지삼” 밑에는 작은 글씨로 “제불진통분(除不盡通分)” 즉 “나누어지지 않으니 통분하라”고 쓰여 있다. 『산학원본』, 80-81.

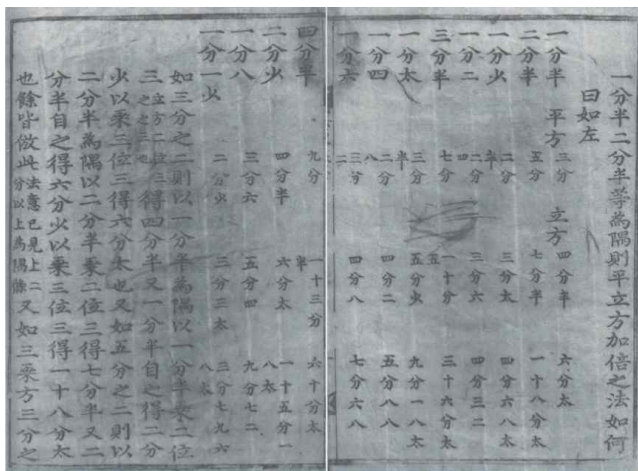


그림 6. 『산학원본』 하권에서 “우”가 1.5, 2.5 등인 경우를 나타내는 부분. 『산학원본』, 83-84.

35 『산학원본』, 83. “一分半, 二分半等爲隅, 則平立方, 加倍之法, 如何. 曰如左.”

이 부분에서 특히 주목할 특징은 그가 책의 지면에 숫자들을 나열한 모습이다. 박율은 각각의 숫자들을 기록하면서 숫자들 사이에 정확하게 띄어쓰기를 유지함으로써 오늘날의 “표”처럼 보이도록 했다. 이런 형태는 흔히 이야기되는 표의 장점, 즉 이미 계산된 숫자들을 제시함으로써 계산이 빨리 이루어질 수 있도록 도와주는 역할을 수행했다.³⁶ 실제 산가지를 나열하고 조작하여 제곱이나 세 제곱, 네제곱 등을 수행해야만 할 경우 그 때마다 앞서 설명했던 증승개방법의 알고리즘을 되풀이하는 것보다 이미 작성된 표를 이용함으로써 시간과 공간을 절약할 수 있음을 쉽게 상상할 수 있다.

그러나 박율의 천원술은 이것으로 끝나지 않았다. 박율은 “전형적”인 형태를 지니지 않은 천원술을 『산학원본』의 끝 부분에 제시했다. 그는 “최분(裒分)”이란 이름 아래 다섯 문제를 제시했는데, 그 첫 번째 문제는 다음과 같다.³⁷

춘신군(春申君) [황혈(黃歇)]이 종약장(從約長)이 되어 진(秦)을 칠 때 병사를 점호했는데, 모두 1,234,507인을 얻었다.³⁸ 다만 조(趙)나라 [병사 수는] 초(楚)나라의 $\frac{1}{2}$, 위(魏)나라 [병사 수는] 조나라의 $\frac{2}{3}$, 한(韓)나라 [병사 수는] 위나라의 $\frac{3}{4}$, 연(燕)나라 [병사 수는] 한나라의 $\frac{4}{5}$ 라고 한다면, 다섯 나라의 군인 수는 각

³⁶ 캠벨-벨리, 크로튼, 플러드, 롭슨 등은 수학에서 사용되는 표의 역사에 대한 저술에서 표에 기록된 데이터의 생성 방법과 표의 사용 목적이라는 두 가지 특징에 따라 표를 분류할 수 있다고 제안했다. 이때 데이터의 생성 방법으로는 “경험적 데이터로부터 계산된” 표인지 “이론적 데이터로부터 계산된” 표인지를 구분하고, 표의 사용 목적으로는 다른 “계산을 도와주기 위해 사용되는(used as calculating aid)” 표인지 아니면 마치 기자의 출발역에서 도착역까지 시간을 기록한 표처럼 그 스스로 목적이 충족되어 다만 “데이터를 제공하는 데에 사용되는(used to present data)” 표인지를 구분할 수 있다. 박율이 제시한 표는 다른 “계산을 도와주기” 위해 “이론적 데이터로부터 계산된” 표에 속한다. 또한 그들이 제시한 여러 가지 표들의 특징 중 “계산을 정확하게” 수행하고 시간과 공간, 그리고 언어나 개인적 믿음 등에 상관없이 계속해서 동일하게 “재생산될 수 있는” 특징을 갖는다. Martin Campbell-Kelly, Mary Croarken, Raymond Flood and Eleanor Robson eds., *The History of Mathematical Tables: From Sumer to Spreadsheets* (Oxford: Oxford University Press, 2007), 3-5.

³⁷ “裒分”은 흔히 “최분”으로 읽지만 “최분”으로 읽어야 한다는 주장이 있다. “裒”가 “최”로 읽힐 경우 쇠퇴한다는 뜻이지만 “최”로 읽힐 때 일정하게 줄어든다는 뜻을 지니기 때문이다. 이 주장을 지적해준 심사위원에게 감사를 표하며, 이 논문에서는 “최분”으로 읽도록 한다.

³⁸ 戰國 시대에 秦나라에 대항하여 趙, 楚, 魏, 韓, 燕, 齊의 여섯 나라가 남북을 연결하는 합동 작전을 펼친 것을 “從約”이라고 한다. 春申君 黃歇이 종약장이었을 때 제나라는 참여하지 않았으므로 이 문제에서는 다섯 나라만 나온다.

각 얼마인가?³⁹

술(術): 천원 1을 세워 초나라 [병사 수]로 삼는다. 1 [천원] 1을 2로 나누어 조나라 [병사 수]로 삼는다. 05 [천원] 1을 4로 나누어 한나라 [병사 수]로 삼는다. 025 [천원] 1을 5로 나누어 연나라 [병사 수]로 삼는다. 02 [초, 조, 한, 연의 네 나라의 병사 수]를 더하여 1분 95를 얻어 왼쪽에 놓는다. $\frac{1}{3}$ 을 [곱해서 얻어야 하는 위나라의 병사 수]에서 분자 1을 위나라 [병사 수]로 삼는다. 1 위나라 [병사 수의] 분모 3으로 왼쪽에 놔두었던 수를 곱하여 5분 85를 얻는다. [이것을] 위나라 분자 1에 더하여 6분 85를 얻고 법으로 삼는다. 총 군인의 수(1,234,507)을 늘어놓고 분모 3을 곱하여 얻은 수가 실이 된다. 실을 법으로 나누어 초나라 [병사 수]를 얻는다.⁴⁰ (術曰, 立天元一爲楚, 1 二而一爲趙, 03 四而一爲韓, 005 五而一爲燕, 002 併之得一分九五寄左. 三而一通分內得一爲魏, 1 又以魏分母三因寄左, 得五分八五, 加入魏一分, 得六分八五爲法. 列軍總, 又以分母三因之得數, 爲實. 實如法而一, 得楚人總數.)

이를 현대적인 식으로 나타내면 다음과 같다. x 를 초나라 병사 수로 잡는다면, 초나라 병사 수는 $\frac{1}{2}x = 0.5x$, 위나라 병사 수는 $\frac{1}{3}x$, 한나라 병사 수는 $\frac{1}{4}x = 0.25x$, 연나라 병사 수는 $\frac{1}{5}x = 0.2x$ 가 된다. 이 중 분수로 표현된 위나라가 아닌 나머지 네 나라의 수를 더하여 $1.95x$ 를 얻으면 다음과 같은 식을 풀어야 한다.

$$\left(\frac{1}{3} + 1.95\right)x = \left(\frac{1 + 1.95 \times 3}{3}\right)x = 1234507$$

이 분수식을 풀기 위해 3을 곱한 후 대신 $(1 + 1.95 \times 3)x = 1234507 \times 3$ 을 구한다. 즉 x 를 구하기 위해서는 3,703,521을 6.85로 나누는 셈법을 행하면 된다.

박율의 이런 계산 기법은 전형적인 천원술에서 벗어난 것으로, 2절에서 전술했던 네 번째 과정인 “상소”를 통해 개방식을 얻는 과정이 없다. 특히 『산학계몽』에서는 개방법을 다루는 장 아래 천원술이 소개되면서 전형적인 천원술은 항상 개방식이란 결과물을 내놓았지만, 박율의 천원술은 이런 제약을 벗어났다.

39 『산학원본』, 133. “春申君爲從約長, 伐秦點兵, 得一百二十三萬四千五百七人. 只云趙如楚二分之一, 魏如趙三分之二, 韓如魏四分之三, 燕如韓五分之四. 問五國軍人各幾何.”

40 『산학원본』, 134-135.

그는 현대의 미지수에 해당하는 것을 천원으로 지정하여 산가지를 하나 놓음으로써 계산의 시작을 선언한 후, 최분이라는 다른 셈법으로 진행시킨 것이다.가와하라도 일찍이 박율이 최분에서 천원술을 사용했음에 주목하였지만, “천원술을 이용할 필요가 없는 단순한 문제에 대해서까지 기어이 ‘천원일을 세워서’ 천원의 의미를 분명히 하는 것은 전통을 중시하는 동아시아 산술에서는 잘 볼 수 없는 경우이고 또한 수리 전개상 유별난 짓을 하는 것은 불필요한 오해를 불러일으키고 논리의 칼날의 무디게 하는 방향으로도 작용”한다며 부정적으로 평가했다. 물론 바로 뒤에 “그러나 아무리 기묘하더라도 천원일이란 미지수를 가리키기 위해서 고안된 기호에 불과하고 따라서 박율의 해석은 수학적으로는 전혀 오류가 없다. 그뿐만 아니라 초학자에게는 천원의 의미를 이해하는 데 뛰어난 설명 기법일 수도 있다”고 언급하긴 했지만,가와하라에게 이 경우는 여전히 하나의 예외적이며 특이한 경우에 불과했던 것이다.⁴¹

그러나 박율이 덧붙인 최분에서의 천원술은 그 전형적인 형식을 벗어났음에도 일관된 특징은 있었다. 바로 계산의 첫 번째 과정에서 놓는 산가지를, “전형적”인 경우든 “유별난” 경우든 똑같았으며, 모두 미지수를 의미했다는 점이다. 미지수에 해당하는 것을 천원으로 지정하여 산가지 하나를 놓음으로써 그 계산의 공간적·시간적 시작을 알리는 것만 만족한다면 그 이외는 어떤 계산 방법을 사용한다 해도 천원술이란 이름으로 불릴 수 있었다. 그러므로 박율의 천원술은 전형적인 천원술보다 더 광범위한 셈법이었다.⁴²

4. 『산학본원』과 황윤석의 천원술

황윤석의 『산학본원』은 박율의 『산학원본』을 저본으로 했으므로 그의 천원술 연구 역시 박율과 비슷한 방향으로 진행되었다. 우선 전형적인 천원술의 형태 역시 박율의 연구와 동일했다. 즉, 표를 중심으로 각종 제곱식, 세제곱식, 네제곱식 등에서 나오는 계수들을 시각적으로 볼 수 있는 표들을 정리했다. 그럼에도 황윤석이 『산학원본』에 대해 “그 책을 고찰하니 오류가 있고 그 해법을 궁구

41 가와하라, 앞의 글 (각주 5), 181-182.

42 김영옥·홍성사·홍영희 등은 박율이 “독창적으로 [수학의] 구조를 이해하여 새로운 방법을 구성하였다”고 매우 긍정적으로 평했다. 김영옥·홍성사·홍영희, 앞의 글 (각주 11), 13.

하니 빠진 부분이 많아서, 별도로 수정하여 바로 잡고 보충했다고 자신 있게 주장한 만큼 박율의 책에 비해 더 진화한 부분이 있었다.⁴³ 바로 놀라운 시각적 효과가 그것이다. 그는 박율이 다만 띄어쓰기를 통해 표현했던 것들을 <그림 7>에서처럼 정연하고 명료한 표로 만들었다. 그는 제곱식의 계수를 구하는 방법이 종종 헛갈리는 경우가 있다면서 “다만 포지금술(鋪地錦術)로 다스린다면” 각 제곱이나 세제곱 등의 계수들이 “통하지 않는 바가 없다”고 했는데, 이때 황윤석에게 “포지금술”은 격자 혹은 모눈처럼 보이는 선들을 긋고 그 안에서 숫자들을 정리하는 정도의 기법을 의미했다.⁴⁴

황윤석은 <그림 8>처럼 숫자들 간의 곱셈 관계를 시각적으로 이해하기 쉬운 도표를 만들기도 했다. 그는 <그림 8>에서 서로 곱해야 할 숫자들은 직선으로 연결하여 그 셈법의 대상이 되는 숫자들을 시각적으로 볼 수 있도록 했다. 또 평방(平方, 제곱)에서 입방(立方, 세제곱), 삼승방(三乘方, 네제곱), 사승방(四乘方, 다섯제곱) 등으로 제곱의 차수가 올라가는 각 경우를 서로의 옆에 긴밀하게 늘어놓음으로써 이것들에 계속되는 뚜렷한 패턴이 적용되고 있음을 탁월하게 보여주었다.

황윤석은 이렇게 시각적인 도표를 발전시키고 만드는 과정에서 당대 수입되었던 서양 수학의 산서에 실린 새로운 표 역시 적극적으로 수집하여 실었다. <그림 9>는 1에서 9까지 자연수의 제곱수, 세제곱수 등을 나열한 것으로 『동문산지(同文算指)』에서 발췌하여 실은 것이다. 이 숫자들 자체의 내용은 이미 잘 알려져 있음에도 불구하고 황윤석이 이 표를 다시 실은 이유는 무엇이었을까? 우리는 이 표에서 숫자들의 배열이 기존 산서와는 달리 새로운 방식을 따르고 있음을 관찰할 수 있다. 예를 들어 세제곱수들의 경우 “이칠(二七)”, “육사(六四)”, “일이오(一二五)” 등의 표현은 기존의 “이십칠(二十七)”, “육십사(六十四)”, “백이십오(百二十五)”라는 표현과는 달리, 정확한 자릿수의 공간만큼만 차지하게 된다. 이것은 세제곱수들을 나열했을 때에 새로운 시각적 효과를 자아낼 수도 있었다. 이런 예는 그가 숫자들의 배열 안에 숨어있는 “리(理)”를 직접

43 『산학본원』, 219. “攷其書，或誤訛，究其法，多闕漏，今另加修潤正之補之。”

44 『산학본원』 295. “此法，雖簡捷，亦有不得通行處，但以鋪地錦術御之，則位次無不通矣.” “鋪地錦術”은 “寫算”，“文算”이란 이름으로도 불렸던 계산 방법으로 적어도 12세기까지 인도에서 발명된 겔로시아(gelosia) 방법이다. 이는 아랍을 거쳐 중국에 수입되었던 것으로 추정되며 명대 吳敬의 『九章算法比類大全』(1450)에 수록되어 있었다. Li and Du, 앞의 글 (각주 6), 171-174.

확인할 수 있는 시각적 효과를 얻기 위해 여러 가지 도표들을 수집하고 새로운 시도를 감행하는 일을 두려워하지 않았음을 말해준다.

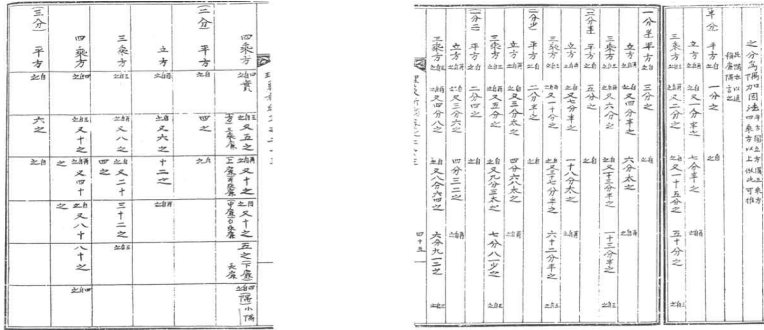


그림 7. 왼쪽: 황윤석의 『산학본원』에 기재된 『산학원본』의 우(隅)가 이분(二分) 이상인 경우에 해당하는 부분으로 그림4와 비교할 수 있다. 오른쪽: 『산학본원』에 기재된 『산학원본』의 우(隅)가 1.5 등에 해당하는 부분으로 그림6과 비교할 수 있다. 황윤석은 왼쪽 그림에서 보듯이 『산학원본』에 없던 가로줄을 긋고 더 명료하게 정리함으로써 시각적 효과를 노렸다. 그는 특히 이 가로줄의 줄을 그은 후 “포지금술”을 이용했다고 언급했다. 또한 그는 오른쪽 그림에서 보듯이, 박율의 저서에서는 없던 “지분위우가인법(之分爲隅加因法)”이란 제목을 붙였다. 『산학본원』, 296; 306-307.

황윤석은 박율의 천원술에 대한 연구 경향을 충실하게 본받아 최분에까지 천원술을 사용했다. 그는 박율의 『산학원본』에 기재되어 있던 “전형적”인 형태의 천원술의 모든 문제를 “개방술(開方術)”이란 표제어 아래 성실하게 기록했으며, 뒤에 “최분”이란 분리된 표제어 아래에 박율의 최분과 관련된 천원술 문제들을 기록했다. 황윤석은 최분의 첫머리에 “비록 개방술이 아니지만 천원일을 사용한다”면서, 천원술이 책의 앞 부분에 언급된 “우법(隅法)”, 즉 개방법의 x 의 최고차항 계수와 관련된 천원술에만 국한되지 않으며 최분에서의 하나의 미지수에까지 적극적으로 확장할 수 있음을 강조했다.⁴⁵ 황윤석의 이런 언급은 천원술이 항상 개방법과 연관되어 존재하고 있던 배경 속에서 박율과 황윤석이 새롭게 천원술의 적용 분야를 확장하려 했었다는 것의 방증이기도 할 것이다. 실제 조선 전기 15세기 이순지(李純之, 1406-1465), 김담(金淡, 1416-1464)에 의해 작성된 『교식통궤(交食通軌)』 중 등장하는 “입천원일”이란 표현은 모두 개방법을 적용하기 직전에 의례적으로 우법을 표현하기 위해서만 등장했다는 점에서 박율과 황윤석의 경향이 얼마나 새로운 것인지 알 수 있다.⁴⁶

45 『산학본원』, 340. “此門雖非開方之術而亦用天元一，故附見焉。然而天元一法立一者，所以爲正負隅法而已本文所列，何于於隅法。若以立一稱爲一分以著衰分之分，則相當矣。”

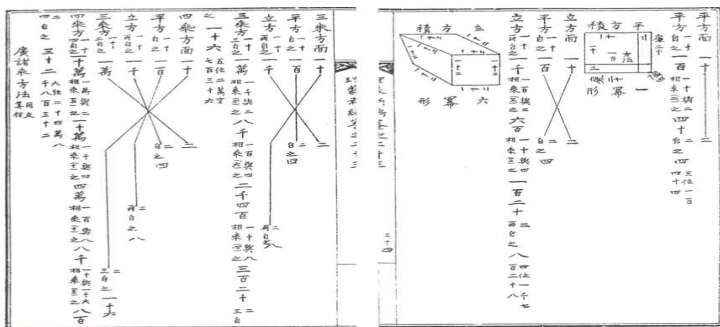


그림 8. 『산학본원』 중 “제승유호도(諸乘維互圖)”. 가장 오른쪽 평방면(平方面)에서 12를 $(10+2)$ 로 쪼갠 후, 10과 2를 선분으로 연결했다. 바로 뒤의 “평방(平方)”이라 명명한 후 $(10+2)^2$ 을 $(100+40+4)$ 라는 숫자로 나누어 구했으며, 정사각형을 쪼개는 그림을 통해 시각화된 연원을 제시했다. 이후 “입방” 이상에서는 선분으로 서로 곱하는 부분을 자세히 언급했다. 예를 들어 “입방”의 경우를 살펴보면, 우선 세 줄로 이루어져 있으며, “입방면” 12는 10, 2로 쪼개고, “평방”은 각각 제곱한 100, 4을 제시했으며, 이 네 개의 숫자들을 서로 엇갈리도록 선분으로 연결했다. 이 선분을 따라 2와 100을 곱하여 200, 4와 10을 곱하여 40을 얻는다. 마지막 줄 “입방”은 10과 2를 각각 세제곱한 1000, 8을 가장 위와 아래에 배치하고, 중간에 얻은 두 개의 중간결과, 200, 40에 각각 3을 곱하여 600, 120을 놓는다. 결론적으로 “입방”에는 10000, 600, 120, 8의 네 숫자들을 더하여 $(10+2)^3$ 의 결과를 얻게 된다. 『산학본원』, 285-286.

그러나 박율보다 한 단계 더 나아가, 황윤석만의 새로운 경향은 그가 가장 끝에 첨부한 “천원일술보유(天元一術補遺)”에서 찾아볼 수 있다. 이 부분에서는 그가 천원술에서 최초의 과정, 즉 산가지 한 개를 놓는 것을 다만 하나의 위치에 대한 표식 정도로 생각하고 있음을 알 수 있다. 그는 우선 “천원 1”을 세우는 것을 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 로 표현했다. 이후 만약 “위에 다른 수(상수)가 더해진다”면⁴⁷ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이고, “천원 1에서 다른 수를 뺀다”면⁴⁸ $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이며, “다른 수에서 천원 1을 뺀다”면⁴⁹ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 이라 표현했다. 여기에서 1이나 -1이란 숫자들은 구체적인 값이 아니라 다만 어떤 값들이라도 들어올 수 있는 공간 정도를 의미했다.

46 『交通軌』는 서울대학교 규장각 소장본(奎貴 12438)을 이용했다. 앞면부터 시작하여 면수를 기록한다면 19-20, 33, 35 등에 “입천원일”의 표현을 볼 수 있다.

47 『산학본원』, 347. “上加入他數”

48 『산학본원』, 347. “減去他數”, “天元一內減去”

49 『산학본원』, 348. “以天元一減去他數”

六乘方	一八七四五五二九	二八八二三四五六
五乘方	一四九六五六四一	六三九二五五四四
四乘方	一三三七二九	二〇一七八七〇
三乘方	一六一六五六一	一八五二九〇九六
二乘方	一三三三七	二六二四〇五
一乘方	一四九六五六四一	一三五四六八
零乘方	一二三四五六七八九	一三三三七
四乘方	一三三七二九	二〇一七八七〇
五乘方	一四九六五六四一	六三九二五五四四
六乘方	一八七四五五二九	二八八二三四五六

그림 9. 『산학본원』 중 “광제승방법(廣諸乘方法)”. 『산학본원』에는 없는 부분으로 『동문산지(同文算指)』에서 발췌했음을 밝혔다. “심원(尋源)”이라는 표제 아래 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 자연수를 각각 제곱했을 때(“일승평방”), 세제곱했을 때(“재승평방”), 네제곱했을 때(“삼승방”), 다섯제곱했을 때(“사승방”) 등의 숫자들을 나열하고 있다. 예를 들어 세제곱했을 때는 위에서부터 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729의 숫자를 나열하고 있음을 확인할 수 있다. 『산학본원』, 287-288.

그가 보충한 부분은 바로 이 네 가지의 포산, 즉 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 을 각각 제곱했을 때, 세제곱했을 때, 혹은 서로 곱했을 때 어떤 위치에 구체적인 산가지가 놓이게 될지에 대한 연구의 결과물들이었다. 예를 들어 그는 $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 과 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이 서로 곱해졌을 경우 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ 가 되는 경우와 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 이 되는 두 가지 경우가 있다고 했다. 이후 처음 것의 예로 $\begin{bmatrix} 74 \\ -1 \end{bmatrix}$ 과 $\begin{bmatrix} 74 \\ 1 \end{bmatrix}$ 을 곱했을 경우 $\begin{bmatrix} 5476 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ 가 되며, 두 번째 것의 예로 $\begin{bmatrix} 92 \\ -1 \end{bmatrix}$ 과 $\begin{bmatrix} 16 \\ 1 \end{bmatrix}$ 을 곱했을 때 $\begin{bmatrix} 1472 \\ 76 \\ -1 \end{bmatrix}$ 이 되는 것을 들었다. 또 $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 을 제곱한다면 반드시 $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이 된다고 하면서 구체적인 예로, $\begin{bmatrix} -13 \\ 1 \end{bmatrix}$ 을 제곱하면 $\begin{bmatrix} 169 \\ -26 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이 되는 것을 들었다. 즉 천원술을 보충하는 황윤석의 새로운 정리는, 1이

나 -1을 하나의 자리를 대표하는 산가지 하나 정도로 생각하면서 이끌어낸 결과였다.⁵⁰

이런 세심한 논의는 앞서 박율이 이차완전제곱식이나 삼차완전제곱식을 전개하면서 그 계수를 찾았던 방법을 떠올리게 한다. 박율은 하나의 산가지를 놓음으로써 다만 계산이 행해지는 자리를 표현했을 뿐만 아니라 피제수나 몫의 부분에는 구체적인 값을 거론하지 않음으로써 광범위한 문제들에 일관되게 적용되는 경우를 도출했었다. 황윤석 역시 하나의 산가지를 놓음으로써 앞으로 구체적인 숫자들이 있어야할 곳을 “일반적”으로 표현했다고 할 수 있을 것이다. 그리고 이런 특징은 천원술의 “전형적”인 형태에 한정되지 않음을 의미한다.

5. 결론: 유학자들의 천원술

천원술은 흔히 조선 수학사의 중요한 특징으로 거론되곤 한다. 천원술에 대한 현존하는 수학서 중 이 글에서 다루고 있는 17세기 중후반에서 18세기 중반까지의 시기에 유학자가 저술한 수학서는 박율의 『산학원본』과 황윤석의 『산학본원』에 불과하다. 이 두 수학서를 고찰한 이상의 논의를 통하여 그들의 천원술에 대한 공통적인 관점을 정리해 볼 수 있다.

우선 박율과 황윤석은 천원술의 “전형적” 형태를 벗어나 다른 분야에도 적용될 수 있도록 했다. 기존의 천원술이 개방법과 얽힌 분야에서만 사용되던 것과는 달리 최분과 같은 분야에까지 그 적용 범위를 적극적으로 확장했다. 이때 그들은 하나의 산가지로 하나의 미지수를 표현하거나 혹은 하나의 위치를 표현하기만 한다면 그 방법을 “천원술”이라고 부르는 데에 주저하지 않았다.

또 박율과 황윤석은 모두 표의 형식을 써서 천원술에 접근했다. 그들은 제곱식이나 세제곱식 등을 계산할 때 등장하는 계수들을 각 경우의 수마다 미리 계산하여 정연한 표의 형태로 정리했다. 독자들은 이 표를 따라서 직접 만들거나 혹은 이미 만들어진 숫자들을 이용하면서 계수들을 구하는 방법에서 도출되는 숫자들 간의 상관관계를 쉽게 인지할 수 있다.

⁵⁰ 그에 의하면 이런 정리를 통해서 우선 산가지들을 가지런히 놓아 그 행이 몇 개인지, 행에는 어떤 종류의 산가지가 놓여야 하는지 결정한 후에야 상소라는 작업을 진행할 수 있다. 『산학본원』, 348. “按天元一算法, 位定數併審爲何般方, 然後乃寄左方. 又以元積數, 或別數, 隨其自然相值者, 與寄左相消息.”

특히 두 번째 특징과 관련하여 황윤석은 표의 시각적인 면을 더 부각하여 발전시켰다. 박율보다 90여 년 뒤에 태어난 황윤석은 서양 수학을 포함하여 자신이 접했던 각종 수학서의 내용을 인용하면서 때로는 새로운 표들을 수집하고 때로는 새로운 도상들을 고안하여 숫자들 간의 관계를 설명하려 했다. 광범위하게 다른 수학서를 접한 경험은 그로 하여금 계산 알고리즘을 쉽게 이해할 수 있도록 하는 시각적 효과에 더 골몰하게 하는 배경이 되었을 것이다. 그가 뒤에 붙인 “천원일술보유” 역시 산가지의 배열 방법을 정리 정돈했다는 점에서 일종의 시각적 효과를 노린 시도의 하나로도 해석할 수 있을 것이다.

우리는 박율과 황윤석의 수학서에서 관찰되는 이런 특징들을 이 시기 유학자들이 천원술을 해석하는 특징으로 규정할 수 있을까? 한 세기를 넘는 시기 동안 단 두 종의 수학서를 통해 수많은 유학자들의 천원술에 대한 태도를 규정할 수 있을까? 그러나 이런 성급한 일반화의 의혹에도 불구하고, 이 시기 다른 유학자들의 천원술에 대한 태도를 간단히 살펴보는 것은 박율과 황윤석의 천원술의 특징이 유학자라는 하나의 집단의 특징으로 해석될 수도 있는 단초를 제공해 준다. 전술했던 것과 같이 당대 수학에 관심이 있던 유학자들은 이미 박율의 천원술을 주목하고 있었다. 그러나 그들은 자신의 수학서에서는 천원술 자체를 상세하게 언급하는 데에 소극적이었다. 최석정은 『구수략(九數略)』에서 천원술을 단 한 번도 언급한 적이 없으며, 조태구는 『주서관견(籌書管見)』에서 천원술의 교묘하고 훌륭한 점을 인정했지만 본문에서 그것을 다루지 않았다.⁵¹ 홍대용은 『주해수용(籌解需用)』의 “천원해(天元解)”라는 장에서 『산학계몽』의 천원술과 관련된 모든 문제 풀이 과정에서 간단히 “개방하라”라는 언급으로만 다루어졌던 부분, 즉 개방식을 구체적으로 개방하는 방법만을 서술했다.⁵² 박율의 천원술을 칭송하거나 그의 수학서를 인용 서적 목록에 넣었던 유학자들이 자신의 수학서에서 그것을 본격적으로 개진하지 않았던 것은 아마 그들이 천원술에 관해서라면 이미 박율의 천원술을 인정하고 받아들였기 때문에 새로이 변용하는 일에 관심이 없었기 때문일 것이다. 오직 황윤석만이 박율의 천원술에서 드러났던 몇 가지 특징들을 더욱 발전시키고 정교하게 다듬기 위해 노력했다. 만약 이와 같은 관찰을 하나의 흐름으로 받아들일 수 있다면, 그리고 유학자와 산원들의 “교

51 조태구, 『주서관견』, 193. “獨朱氏有立天元之法, 西人有愚平三角弧三角之法, 皆期智而得其巧者也.”

52 홍대용, 『주해수용』, 455-471.

류가 절대적으로 부족하고 지식의 공유가 충분히 이루어지지 않았다”는 기존 학계의 정설을 받아들일 수 있다면, 천원술의 자유로운 확장이나 시각적 효과에 의 강조는 유학자들만이 지니고 있던 천원술의 특징으로 조심스럽게 규정될 수 있을 것이다.⁵³

이와 관련하여 박율과 황윤석의 다른 저서들을 살펴보는 것도 도움이 될 것이다. 박율은 역사와 관련된 하나의 저술을 남겼는데, 그가 택한 서술 방식은 역사와 관련된 시대적 사건들을 산문으로 길게 설명하는 것이 아니라 중국 고대 왕조부터 시작하여 조선이 포함된 그 주변국 왕조들을 핵심적인 사항을 시대별 도표의 형식으로 정리하는 방식이었다.⁵⁴ 황윤석 역시 유명한 박학자로서 성리학(性理學)을 비롯하여 상수학(象數學), 역학(易學), 음운학(音韻學) 등 여러 학문에 등장하는 도표들에 정통했으며 당대 수입되었던 다양한 수학서를 공부하면서 시각적으로 새로운 표를 접할 기회도 많았다.⁵⁵ 그러므로 박율과 황윤석이 유학자로서 다른 저서들을 읽고 공부했던 방식이 그들이 천원술을 이해하고 서술하는 방식에 어느 정도 영향을 미쳤다고 할 수 있다. 즉 그 당시 유학자들이 접했던 지적 배경이 그들이 전개한 천원술의 특징으로 표출된 것이었다.

(투고: 2019년 11월 23일, 심사 완료: 2019년 12월 5일, 게재 확정: 2019년 12월 8일)

⁵³ 가와하라, 앞의 글 (각주 5), 485.

⁵⁴ 박율의 『歷代帝王傳世之圖』는 국립중앙도서관(BC 古朝51-가7), 서울대학교 규장각(古4300-2), 한국학 중앙연구원 장서각(K2-337) 등에 소장되어 있다.

⁵⁵ 이 점을 지적해 준 조선과학사 집담회의 여러 선생님들께 감사드린다.

Confucian Scholars' *Tianyuan shu* in the Late Joseon Period Seen from Two Mathematical Texts, *Sanhak wonbon* and *Sanhak bonwon*

OH Young Sook (Seoul National University)

Abstract. It is well-known to historians of mathematics in East Asia that the *tianyuan shu* 天元術 was one of the distinct features of mathematics in the late Joseon period. Joseon Confucian scholars' studies on the *tianyuan shu* have yet to be analyzed. From the late seventeenth to the early eighteenth century, there were two extant mathematical works by Korean Confucian scholars concerning the *tianyuan shu*: *Sanhak wonbon* 算學原本 by Bak Yul (朴繡, 1621-1668) and *Sanhak bonwon* 算學本源 by Hwang Yun-seok (黃胤錫, 1729-1791). By analyzing these two works, this paper examines the characteristics of their views and interpretations of the *tianyuan shu*. The Confucian authors extended the usage of the *tianyuan shu* into other mathematical fields to which it had never been applied before. They also preferred to use mathematical tables that showed the relationships between the numbers popping up during the performance of the method or the visual diagrams that explained the algorithms.

Keywords. *tianyuan shu*, *Sanhak wonbon*, *Sanhak bonwon*, Joseon Korea, confucian scholar